

DEVOIR D'ENTRAÎNEMENT

Thème : Analyse asymptotique : calcul de développements limités

Durée: 5 min pour les calculs de 1 à 10, 10 min ensuite

Il faut au préalable connaître par cœur les DL du cours !

1. Calculer le $DL_3(0)$ de $f : x \mapsto \frac{e^x}{\sqrt{1+x}}$
2. Calculer le $DL_4(0)$ de $f : x \mapsto (e^x - 1)^2$
3. Calculer le $DL_{10}(0)$ de $f : x \mapsto x^2(\cosh x - \cos x)^2$
4. Calculer le $DL_5(0)$ de $f : x \mapsto e^x \arctan(x)$
5. Calculer le $DL_4(0)$ de $f : x \mapsto \frac{\sin^2(x)}{x^2}$
6. Calculer le $DL_4(0)$ de $f : x \mapsto (\cos x)^3$
7. Calculer le $DL_3(0)$ de $f : x \mapsto e^{\sin x}$
8. Calculer le $DL_4(0)$ de $f : x \mapsto e^{\cos x}$
9. Calculer le $DL_4(0)$ de $f : x \mapsto \cos(\tan x)$
10. Calculer le $DL_4(0)$ de $f : x \mapsto \ln\left(\frac{\sin x}{x}\right)$
11. Calculer le $DL_3(0)$ de $f : x \mapsto \frac{1}{1 + \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$
12. Calculer le $DL_3(0)$ de $f : x \mapsto (1+x)^{\frac{1}{x}}$
13. Calculer le $DL_5(0)$ de $f : x \mapsto (\cos x)^{\sin x}$
14. Calculer le $DL_3(0)$ de $f : x \mapsto \ln\left(1 + \frac{x^2}{1+x}\right)$
15. Calculer le $DL_2(2)$ de $f : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$
16. Calculer le $DL_3\left(\frac{\pi}{3}\right)$ de $f : x \mapsto \cos x$
17. Calculer le $DL_3(e)$ de $f : x \mapsto \ln(x)$
18. Calculer le $DL_5(0)$ de $f : x \mapsto \cos(\ln(\cos x))$

Réponses :

$$1. f(x) = 1 + \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 - \frac{1}{48}x^3 + o(x^3)$$

$$2. f(x) = x^2 + x^3 + \frac{7}{12}x^4 + o(x^4)$$

$$3. f(x) = x^6 + \frac{1}{180}x^{10} + o(x^{10})$$

$$4. f(x) = x + x^2 + \frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{6}x^4 + \frac{3}{40}x^5 + o(x^5)$$

$$5. f(x) = 1 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{45}x^4 + o(x^4)$$

$$6. f(x) = 1 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{7}{8}x^4 + o(x^4)$$

$$7. f(x) = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + o(x^3)$$

$$8. f(x) = e^{\left(1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{6}x^4\right)} + o(x^4)$$

$$9. f(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{24}x^4 + o(x^4)$$

$$10. f(x) = -\frac{1}{6}x^2 - \frac{1}{180}x^4 + o(x^4)$$

$$11. f(x) = \frac{1}{3} + \frac{1}{36}x^2 + o(x^3)$$

$$12. f(x) = e^{\left(1 - \frac{1}{2}x + \frac{11}{24}x^2 - \frac{7}{16}x^3\right)} + o(x^3)$$

$$13. f(x) = 1 - \frac{1}{2}x^3 + o(x^5)$$

$$14. f(x) = x^2 - x^3 + o(x^3)$$

$$15. f(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{4\sqrt{2}}(x-2) + \frac{3}{32\sqrt{2}}(x-2)^2 + o((x-2)^2) \text{ On a posé } x = 2 + h$$

$$16. f(x) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{4}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)^2 + \frac{\sqrt{3}}{12}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)^3 + o\left(\left(x - \frac{\pi}{3}\right)^3\right) \text{ On a posé } x = \pi/3 + h$$

$$17. f(x) = 1 + \frac{1}{e}(x-e) - \frac{1}{2e^2}(x-e)^2 + \frac{1}{3e^3}(x-e)^3 + o((x-e)^3) \text{ On a posé } x = e + h$$

$$18. f(x) = 1 - \frac{1}{8}x^4 + o(x^4)$$