Formulaire de trigonométrie ♥

I – Valeurs remarquables

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

II – Relations entre cos, sin

$\forall\, x \in \mathbb{R},\ \sin^2 x + \cos^2 x = 1$

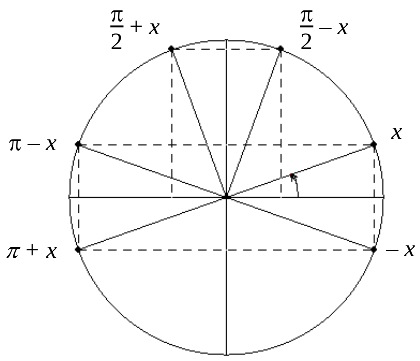
III – Angles associés

Une lecture <u>efficace</u> du cercle trigonométrique permet de retrouver les relations suivantes :

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = -\sin x \qquad \sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = \cos x$$

$$\cos(\pi - x) = -\cos x \qquad \sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\cos(\pi + x) = -\cos x \qquad \sin(\pi + x) = -\sin x$$



$$\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \sin x \qquad \sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \cos x$$

$$\cos(-x) = \cos x \qquad \sin(-x) = -\sin x$$

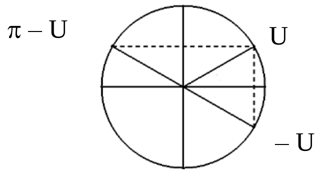
$$\cos(x+2\pi) = \cos x \qquad \sin(x+2\pi) = \sin x$$

IV – Equations trigonométriques :

Une lecture <u>efficace</u> du cercle trigonométrique permet de retrouver les équivalences suivantes :

$$\cos U = \cos V \iff (U = V + 2k\pi \text{ ou } U = -V + 2k\pi, k \in \mathbb{Z})$$

$$\sin U = \sin V \iff (U = V + 2k\pi \text{ ou } U = \pi - V + 2k\pi, k \in \mathbb{Z})$$



V – Formules de trigonométrie, lycée

Formules d'addition.

$\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2$, $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

En substituant -b → b, on obtient

$\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2$, $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$

Transformation de produit en somme

En combinant les égalités précédentes, on obtient

$\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2$,

$$\cos a.\cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)] \qquad \sin a.\sin b = -\frac{1}{2}[\cos(a+b) - \cos(a-b)]$$

$$\sin a.\cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

Formules de duplication.

En substituant a → b, on obtient

$\forall a \in \mathbb{R}$, $\sin(2a) = 2 \sin a \cos a$

$\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$ (*)

Linéarisation

On déduit de (*):

$\forall a \in \mathbb{R}$, $\cos^2 a = \frac{1}{2}(1 + \cos(2a))$

$\sin^2 a = \frac{1}{2}(1 - \cos(2a))$