

## Programme de colles-semaine 3- 30/09 au 04/10

---

### I Généralités sur les fonctions

- Ensemble de définition, image, antécédent.
- Rep. graphique : Obtention des courbes de  $x \mapsto f(x) + a$ ,  $x \mapsto f(x + a)$ ,  $x \mapsto af(x)$ ,  $x \mapsto f(ax)$  associées à  $f$ , à partir de celle de  $f$ .
- Parité, périodicité, minorant, majorant, extremum, sup et inf d'une fonction, Monotonie.
- Opérations sur les fonctions dont composition.
- Continuité, TVI
- Dérivabilité, dérivée d'une composée.
- Dérivée et variation, extremum, plan d'étude d'une fonction numérique.
- Fonction bijective, bijection réciproque, théorème de la bijection, continuité, dérivabilité et dérivée de la réciproque

### II. Fonctions usuelles 1

- Rappels et compléments sur  $\ln$  et  $\exp$
  - Puissances réelles,  $a^b$ , étude de  $x \mapsto x^\alpha$ , racines nièmes.
  - Logarithme décimal.
  - Fonctions hyperboliques : ch, sh et complément : th
  - cos, sin, tan, formules de trigo pour tangente.
- 

#### ① Une question de cours parmi

- Énoncer précisément le théorème donnant la dérivabilité et la dérivée de  $f^{-1}$  sur  $J$ .  
Exemple : Calcul de la dérivée de  $\operatorname{argsh}$ , bijection réciproque de la fonction sh.
- Étude complète de tangente
- Étude complète de  $x \mapsto x^\alpha$  en distinguant les cas  $\alpha > 0$ ,  $\alpha = 0$ ,  $0 < \alpha < 1$  et  $\alpha > 1$ .

#### ② Un exercice proche des suivants puis un autre exercice s'il reste du temps.

- Résolution d'équations du type .

$$\operatorname{ch}(x) = 2 \quad 2^{x+4} + 3^x = 2^{x+2} + 3^{x+2} \quad x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x \quad 3^x + 4^x = 5^x$$

- Démontrer des inégalités comme par exemple :  $\forall x \in ]0, 1[, x^x(1-x)^{(1-x)} \geq \frac{1}{2}$
  - Trouver toutes les fonctions périodiques et monotones sur  $\mathbb{R}$ .
  - $f$  est définie sur  $\mathbb{R}_+^*$  par  $\forall x > 0, f(x) = x^2 + \ln x$ .  
a. Montrer que  $f$  est une bijection de  $\mathbb{R}_+^*$  sur un ensemble  $J$  à déterminer.  
b. Montrer que  $f^{-1}$  est dérivable sur  $J$  et exprimer sa dérivée en fonction de  $f^{-1}$ .  
c. Donner le tableau de variations de  $f^{-1}$ .  
d. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de  $f^{-1}$  au point d'abscisse 1.
  - Étude complète d'une fonction du type  $u(x)^{v(x)}$
- 

**Evaluation: Connaître son cours est une condition nécessaire pour obtenir une note > 10**