Programme de colles-semaine 4- 07/10 au 11/10

I. Fonctions usuelles 1
- Rappels et compléments sur ln et exp
- Puissances réelles, a^b, étude de $x \mapsto x^\alpha$, racines nièmes.
- Logarithme décimal.
- Fonctions hyperboliques : ch, sh et complément : th
- cos, sin, tan, formules de trigo pour tangente.

II. Nombres complexes:

- $\mathbb{C} = \{a + ib, (a, b)\in\mathbb{R}^2\}$ et $i^2 = -1$, plan complexe.
- Addition et multiplication dans $\mathbb{C}$, égalité de Bernoulli, $1 + z + z^2 + ... + z^n = \dfrac{1-z^{n+1}}{1-z}$
- Conjugué, module, double inégalité triangulaire.
- Groupe des complexes de module 1, notation e^{ia}, formule d'Euler et de Moïvre, factoristation de $1 + e^{ia}$ et de $1 - e^{ia}$
- Arguments et forme exponentielle d'un nombre complexe non nuls, définition et propriétés des arguments, application aux calculs de produits, quotient et puissance.
- Application à la trigonométrie : transformation de produit en somme, de somme en produit, utilisation de l'angle moitié et factorisation de acosx + bsinx en $R\cos(x - \theta)$

---

① Une nouvelle formule de trigonométrie :

$\cos a \pm \cos b$ = ... $\cos a \times \cos b$ = ... $\sin a \times \sin b$ = ... $\cos a \times \sin b$ = ...

$1 + \cos a$ = ... $1 - \cos a$ = ...

Si $t = \tan\left(\dfrac{a}{2}\right)$ alors cos a = ... , sin a = ... et tan(a) =

① Une question de cours parmi

- Etude complète de tangente
- Etude complète de $x \mapsto x^\alpha$ en fonction des valeurs de en fonction des valeurs de α
- Double inégalité triangulaire et preuve.

② Un exercice sur le thème des suivants :

- Résolution d'équations et d'inéquations du type .

$\mathrm{ch}(x) = 2$ $2^{x+4} + 3^x = 2^{x+2} + 3^{x+2}$ $x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$ $3^x + 4^x = 5^x$

$\mathrm{ch}(x) \geq 2$ $\tan(2x + \frac{\pi}{4}) < \dfrac{1}{\sqrt{3}}$ $\cos(x) + \sqrt{3}\sin(x) = 1$

- Etude complète d'une fonction du type $u(x)^{v(x)}$
- Montrer que $\forall x\in]0, 1[, x^x (1 - x)^{(1-x)} \geq \dfrac{1}{2}$ et $\forall x\in\mathbb{R},\ \mathrm{ch}(x) \geq 1 + \dfrac{x^2}{2}$

③ Exercices sur les nombres complexes : Calcul algébrique, utilisation de a forme exponentielle, résolution d'équation, manipulation des e^{ia}.

Evaluation: Connaître son cours est une condition nécessaire pour obtenir une note > 10