Programme de colles-semaine 5- 14/10 au 18/10

I. Nombres complexes:

- $\mathbb{C} = \{a+ib, (a, b)\in\mathbb{R}^2\}$ et $i^2 = -1$, plan complexe.
- Addition et multiplication dans $\mathbb{C}$, égalité de Bernoulli, $1 + z + z^2 + ... + z^n = \dfrac{1-z^{n+1}}{1-z}$
- Conjugué, module, double inégalité triangulaire.
- Groupe des complexes de module 1, notation e^{ia}, formule d'Euler et de Moïvre, factoristation de $1 + e^{ia}$ et de $1 - e^{ia}$
- Application à la trigonométrie : transformation de produit en somme, de somme en produit et utilisation de l'angle moitié, factorisation de $a\cos x + b\sin x$ en $R\cos(x - \theta)$
- Exponentielle d'un nombre complexe.
- Equation du 2^{nd} degré: racines carrées complexes, résolution de $az^2+bz+c = 0$, somme et produit des racines.
- Racines nièmes de 1 puis d'un nombre complexe.
- Equations polynomiales de degré $n \geq 2$, autres équations.
- Fonctions à valeurs complexes

---

① Une ou deux nouvelles formules de trigonométrie (cf fiche en page 2)

② Une question de cours parmi

- Double inégalité triangulaire et preuve.
- Factorisation de $1 + e^{ia}$ et de $1 - e^{ia}$ avec justification, en déduire le module et un argument pour $a\in]-\pi, \pi]$
- Définition, description et représentation dans le plan complexe des racines nièmes de 1.
  On distinguera les cas n pair et n impair pour la représentation.
- Résolution d'une équation du second degré à coefficients complexes

③ Exercices sur les nombres complexes.
On pourra commencer par des calculs ou des résolutions d'équations polynomiales.
Pas d'application à la géométrie.

Evaluation: Connaître son cours est une condition nécessaire pour obtenir une note > 10

VII- Transformation de produit en somme:

$\forall\ (a, b)\in\mathbb{R}^2$,

$$\cos a.\cos b = \frac{1}{2}\left[\cos(a+b)+\cos(a-b)\right]$$

$$\sin a.\sin b = -\frac{1}{2}\left[\cos(a+b)-\cos(a-b)\right]$$

$$\sin a.\cos b = \frac{1}{2}\left[\sin(a+b)+\sin(a-b)\right]$$

VIII- Transformation de somme en produit:

$\forall\ (a, b)\in\mathbb{R}^2$

$$\cos a+\cos b = 2\cos(\frac{a-b}{2})\cos(\frac{a+b}{2})$$

$$\sin a+\sin b = 2\cos(\frac{a-b}{2})\sin(\frac{a+b}{2})$$

$$\cos a-\cos b = -2\sin(\frac{a-b}{2})\sin(\frac{a+b}{2})$$

$$\sin a-\sin b = 2\sin(\frac{a-b}{2})\cos(\frac{a+b}{2})$$

IX – Utilisation de l'angle moitié

- $\forall a\in\mathbb{R}$, $\quad 1+\cos a = 2\cos^2(\frac{a}{2})$ et $1-\cos a = 2\sin^2(\frac{a}{2})$
- Soit a$\in\mathbb{R}$, on pose, sous réserve d'existence, $t=\tan(\frac{a}{2})$ on a

$\cos a = \dfrac{1-t^2}{1+t^2}$ $\qquad$ $\sin a = \dfrac{2t}{1+t^2}$

et sous réserve d'existence, $\tan a = \dfrac{2t}{1-t^2}$

X – Transformation de *a*cos*x* + *b*sin*x*

On pose Z = $a+ib$, et $\boxed{R=\sqrt{a^2+b^2}}$, on a $Z = Re^{i\theta}$ et donc a = Rcosθ et b = Rsinθ
On met R en facteur dans Z : $a\cos x + b\sin x = R(\cos\theta\cos x + \sin\theta\sin x) = R\cos(x - \theta)$

Exemple: $\cos x+\sin x = \sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x+\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x) = \sqrt{2}\cos(x-\frac{\pi}{4})$