Programme de colles-semaine 8 - 18/11 au 22/11

I. Calculs de sommes et de produits

- Calcul de sommes doubles $\sum_{p\le i,j\le n} a_{i,j}$, de sommes triangulaire $\sum_{p\le i\le j\le n} a_{i,j}$ ou $\sum_{p\le i<j\le n} a_{i,j}$.

II. Calcul d'intégrales et de primitives

- Rappel de Terminale et extension aux fonctions à valeurs complexes.

Si f est continue sur I et si $a\in I$, $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ est la primitive de f sur I qui s'annule en a.

La notation $\int^x f(t)dt$ désigne une primitive quelconque de f sur I.

- Calcul d'intégrales à l'aide de primitives usuelles et par transformation algébrique de la fonction à intégrer.
- Formule d'intégration par parties, Application au calcul d'intégrales et de primitives.
- Théorème de changement de variable et application au calcul d'intégrales et de primitive

La théorie de l'intégration sera vue ultérieurement

II. Equations différentielles linéaires

- Notion d'équations différentielles, vocabulaire.
- Résolution d'équations différentielles linéaires du 1^er^ ordre cas général, structure des solutions, résolution de l'équation homogène.

Déroulement de la colle:

① Donner une primitive en reconnaissant une forme usuelle ou en transformant l'expression pour les fonctions du type $f : x \mapsto \cos^p x \sin^q x$ ou $f : x \mapsto e^{\alpha x}\cos(bx)$

Attention, nous n'avons pas étudié la fonction arctangente
Formulaire en page 2 et 3

② Une question de cours parmi

- Calcul d'une somme double
- Enoncer la formule d'intégration par parties et proposer un exemple
- Calculer une intégrale ou une primitive en utilisant un changement de variable proposé par le colleur
- Enoncé et preuve du théorème de résolution de $y' + a(x)y = 0$ sur un intervalle I.

③ Exercice sur le calcul de primitives et d'intégrales

Evaluation: Connaître son cours est une condition nécessaire pour obtenir une note > 10

Formulaire: Primitives usuelles

I. Primitives des fonctions usuelles

f(x)	F(x)	Conditions d'application
x^{α}, $\alpha\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$	$\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}$	valable sur $\mathbb{R}$ si $\alpha\in\mathbb{N}$ valable sur $]-\infty, 0[$ et $]0, +\infty[$ si $\alpha\in\mathbb{Z}_-$ valable sur $]0, +\infty[$ si $\alpha\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Z}$.
$\dfrac{1}{x-a}$	$\ln\lvert x-a\rvert$	$a\in\mathbb{R}$ valable sur $]-\infty, a[$ et $]a, +\infty[$
e^{ax}, $a\in\mathbb{C}^*$	$\dfrac{1}{a}e^{ax}$	valable sur $\mathbb{R}$.
$\ln x$	$x\ln x - x$	valable sur $]0 ;+\infty[$
$\mathrm{ch}x$ $\mathrm{sh}x$ $\mathrm{th}x$ $\dfrac{1}{\mathrm{ch}^2x}$	$\mathrm{sh}x$ $\mathrm{ch}x$ $\ln(\mathrm{ch}x)$ $\mathrm{th}x$	valables sur $\mathbb{R}$.
$\cos x$ $\sin x$	$\sin x$ $-\cos x$	valable sur $\mathbb{R}$
$\cos(\omega t + \varphi)$ $\sin(\omega t + \varphi)$	$\dfrac{1}{\omega}\sin(\omega t+\varphi)$ $-\dfrac{1}{\omega}\cos(\omega t+\varphi)$	$\omega\in\mathbb{R}^*$ et $\varphi\in\mathbb{R}$. valable sur $\mathbb{R}$.
$\tan x$ $\mathrm{cotan}x$ $\dfrac{1}{\cos^2x}=1+\tan^2x$	$-\ln\lvert\cos x\rvert$ $\ln\lvert\sin x\rvert$ $\tan x$	valable sur I où $\cos x \neq 0$ valable sur I où $\sin x \neq 0$ valable sur I où $\cos x \neq 0$

II. Fonction composée

Soit u une fonction dérivable sur I, sous réserve d'existence

- Une primitive de $u'u^{\alpha}$ est $\dfrac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1}$ avec α réel

Avec $\alpha = \dfrac{1}{2}$, on obtient : une primitive de $u'\sqrt{u}$ est $\dfrac{2}{3}u\sqrt{u}$

Avec $\alpha = -\dfrac{1}{2}$, on obtient : une primitive de $\dfrac{u'}{\sqrt{u}} = u'u^{-\frac{1}{2}}$ est $\dfrac{u^{1/2}}{1/2} = 2\sqrt{u}$

- Une primitive de $\dfrac{u'}{u}$ est $\ln|u|$
- Une primitive de $u'e^{u}$ est e^{u}
- Une primitive de u'cos(u) est sin(u)
- Une primitive de u'sin(u) est -cos(u)
- Une primitive de u'ch(u) est sh(u)
- Une primitive de u'sh(u) est ch(u)