Formulaire: Primitives usuelles

I. Primitives des fonctions usuelles

f(x)	F(x)	Conditions d'application
x^α, $\alpha\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$	$\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}$	valable sur $\mathbb{R}$ si $\alpha\in\mathbb{N}$ valable sur $]-\infty, 0[$ et $]0, +\infty[$ si $\alpha\in\mathbb{Z}$ - valable sur $]0, +\infty[$ si $\alpha\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Z}$.
$\dfrac{1}{x-a}$	$\ln\lvert x-a\rvert$	$a\in\mathbb{R}$ valable sur $]-\infty, a[$ et $]a, +\infty[$
e^{ax}, $a\in\mathbb{C}^*$	$\dfrac{1}{a}e^{ax}$	valable sur $\mathbb{R}$.
$\ln x$	$x\ln x - x$	valable sur $]0 ;+\infty[$
$\mathrm{ch}x$ $\mathrm{sh}x$ $\mathrm{th}x$ $\dfrac{1}{\mathrm{ch}^2x}$	$\mathrm{sh}x$ $\mathrm{ch}x$ $\ln(\mathrm{ch}x)$ $\mathrm{th}x$	valables sur $\mathbb{R}$.
$\cos x$ $\sin x$	$\sin x$ $-\cos x$	valable sur $\mathbb{R}$
$\cos(\omega t + \varphi)$ $\sin(\omega t + \varphi)$	$\dfrac{1}{\omega}\sin(\omega t+\varphi)$ $-\dfrac{1}{\omega}\cos(\omega t+\varphi)$	$\omega\in\mathbb{R}^*$ et $\varphi\in\mathbb{R}$. valable sur $\mathbb{R}$.
$\tan x$ $\mathrm{cotan}x$ $\dfrac{1}{\cos^2x} = 1+\tan^2x$	$-\ln\lvert\cos x\rvert$ $\ln\lvert\sin x\rvert$ $\tan x$	valable sur I où $\cos x \neq 0$ valable sur I où $\sin x \neq 0$ valable sur I où $\cos x \neq 0$

II. Fonction composée

Soit u une fonction dérivable sur I, sous réserve d'existence

- Une primitive de $u'u^{\alpha}$ est $\dfrac{u^{\alpha+1}}{\alpha+1}$ avec α réel

Avec $\alpha = \dfrac{1}{2}$, on obtient : une primitive de $u'\sqrt{u}$ est $\dfrac{2}{3}u\sqrt{u}$

- Une primitive de $\dfrac{u'}{u^{\beta}} = u'u^{-\beta}$ est $\dfrac{u^{-\beta+1}}{-\beta+1} = \dfrac{-1}{\beta-1}.\dfrac{1}{u^{\beta-1}}$ avec β réel, $\beta \neq 1$

Avec $\beta = \dfrac{1}{2}$, on obtient : une primitive de $\dfrac{u'}{\sqrt{u}}$ est $2\sqrt{u}$

- Une primitive de $\dfrac{u'}{u}$ est $\ln|u|$
- Une primitive de $u'e^{u}$ est e^{u}
- Une primitive de u'cos(u) est sin(u)
- Une primitive de u'sin(u) est -cos(u)
- Une primitive de u'ch(u) est sh(u)
- Une primitive de u'sh(u) est ch(u)