

## Programme de colles-semaine 10 - 02/12 au 6/12

---

### I. Equations différentielles linéaires

- Résolution d'équations différentielles linéaires du 2<sup>nd</sup> ordre à coefficients constants, résolution de l'équation homogène, recherche d'une solution particulière dans le cas où le second membre est de la forme  $P(t)e^{mt}$  avec  $P$  polynôme et  $m$  complexe ou  $\operatorname{Re}(P(t)e^{mt})$  ou encore  $\operatorname{Im}(P(t)e^{mt})$ , principe de superposition.
- Unicité de la solution du Pb de Cauchy pour les EDL du 1<sup>er</sup> ordre et du 2<sup>nd</sup> ordre à coefficients constants.

### II. Récurrences, éléments d'arithmétique

- Récurrence double, récurrence forte, principe et exemples.
- Division euclidienne, raisonnement pas disjonction des cas.
- Divisibilité, PGCD et PPCM, algorithme d'Euclide
- Nombres premiers, décomposition en produit de facteurs premiers application au calcul du PGCD et du PPCM.

### III. Ensembles et applications

- Rappel sur les ensembles.
  - Application: généralités et vocabulaire, fonction indicatrice d'une partie, restrictions et prolongement, image directe et réciproque, composition.
  - Application injective : def, caractérisations, exemple, toute fonction strictement monotone sur une partie  $I$  de  $\mathbb{R}$  est injective, la composée de deux injections est une injection, si la composée  $\operatorname{gof}$  est injective alors  $f$  est injective.
  - Application surjective : def, caractérisations, exemple, la composée de deux surjection est une surjection, si la composée  $\operatorname{gof}$  est surjective alors  $g$  est surjective.
  - Application bijective : def, caractérisations, exemple, théorème de la bijection (rappel).
  - Bijection réciproque : def, exemples, si il existe  $g$  telle que  $\operatorname{fog} = \operatorname{Id}$  et  $\operatorname{gof} = \operatorname{Id}$  alors  $f$  est bijective et  $g = f^{-1}$ , cas particulier des involutions, la composée de deux bijections est une bijection et  $(\operatorname{gof})^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$
- 

### Déroulement de la colle:

① Résoudre une EDL du second ordre avec un second membre en  $P(x)e^{mx}$  ou s'y ramenant  
*L'équation peut comporter un paramètre.*

② Une question de cours parmi

- Définition de l'image directe et réciproque, exemples.
- Définitions et caractérisations de : injection et surjection  
exemples et contre-exemples.
- Preuves de :
  - si  $\operatorname{gof}$  est injective alors  $f$  est injective
  - si  $\operatorname{gof}$  est surjective alors  $g$  est surjective
- Définition de la bijection réciproque et preuve de :  
si il existe  $g$  telle que  $\operatorname{fog} = \operatorname{Id}$  et  $\operatorname{gof} = \operatorname{Id}$  alors  $f$  est bijective et  $g = f^{-1}$ .

③ Exercice sur les thèmes : récurrences, application simple du cours d'algèbre

---

**Evaluation: Connaître son cours est une condition nécessaire pour obtenir une note > 10**