Programme de colles-semaine 13-13/01 au 17/01

I. Suites numériques :

- Généralités : def et exemples de mode de génération : suite explicite, suite récurrente, sommes, produits, suite définie par une intégrale, suite implicite.
- Ensemble $\mathbb{R}^n$, opérations algébriques.
- Propriétés globales : suite majorée, bornée, constante, monotone, stationnaire.
- Suite convergente,; def, suites de référence, propriétés dont unicité de la limite.
- Limite infinie: def, suites de référence, propriétés.
- Opérations sur les limites, suites extraites, limite et ordre dont le passage à la limite dans une inégalité et le théorème des gendarmes.
- Théorèmes de convergence: théorème de la limite monotone, théorème des suites adjacentes.
- Suite récurrente linéaire d'ordre 1, d'ordre 2.
- Relations de domination et de prépondérance, définition, caractérisation à l'aide du quotient, propriétés et compatibilité avec les opérations, résultat usuels de croissance comparée.
- Suites équivalentes, def et caractérisations ($u_n - v_n = o(v_n)$ et $u_n/v_n \rightarrow 1$), la relation $\sim$ est une relation d'équivalence, lien avec la convergence, compatibilité avec les opérations, équivalents obtenu à l'aide d'un taux d'accroissement, équivalents usuels.
- Suites à valeurs complexes

II. Limites et continuité d'une fonction numérique/

- Propriété vraie au voisinage de a.
  - Limite d'une fonction définie sur I en $a \in I$ ou borne de I: écritures des 9 cas avec les quantificateurs
  - Unicité de la limite, si f admet une limite finie en a alors f bornée au vois de a, si f admet une limite $\ell > 0$ alors $f > 0$ au vois de a.
  - Caractérisation séquentielle de la limite.
  - Limite à droite et à gauche de a, limite en a pour f définie sur $I \setminus \{a\}$.
  - Continuité en a, prolongement par continuité en a.
  - Opérations sur les limites.
  - Limites et ordre: Passage à la limite dans les inégalités, théorème des gendarmes, théorème de comparaison, théorème de la limite monotone pour les fonctions.
-

Déroulement de la colle:

- ① Ecrire l'une des 9 définitions de la limite d'une fonction en a et faire un schéma illustrant cette définition
  - ② Démontrer l'une des propositions suivantes :
    - Enoncé et démonstration du théorème des suites adjacentes
    - Enoncé et démonstration du théorème de la limite monotone.
    - Énoncer la caractérisation séquentielle de la limite et s'en servir pour montrer que :
Si $f(x) \rightarrow 0$ qd $x \rightarrow a$ et si g est bornée au voisinage de a alors $f(x)g(x) \rightarrow 0$ qd $x \rightarrow a$
  - ③ Exercice(s) sur les suites, l'étude de limite de fonctions (pas de relation de comparaison sur les fonctions) et sur la continuité en un point.
-

Evaluation: Connaître son cours est une condition nécessaire pour obtenir une note > 10

La semaine 14 sera la première semaine du deuxième semestre avec un nouveau colloscope et de nouveaux groupes de colle.