

Programme de colles-semaine 14-20/01 au 24/01

I. Limites et continuité d'une fonction numérique :

- Propriété vraie au voisinage de a .
- Limite d'une fonction définie sur I en $a \in I$ ou borne de I : écritures des 9 cas avec les quantificateurs
- Unicité de la limite, si f admet une limite finie en a alors f bornée au vois de a , si f admet une limite $\ell > 0$ alors $f > 0$ au vois de a .
- Caractérisation séquentielle de la limite.
- Limite à droite et à gauche de a , limite en a pour f définie sur $I \setminus \{a\}$.
- Continuité en a , prolongement par continuité en a .
- Opérations sur les limites.
- Limites et ordre: Passage à la limite dans les inégalités, théorème des gendarmes, théorème de comparaison, théorème de la limite monotone pour les fonctions.
- Continuité sur un intervalle, opérations sur les fonctions continues, continuité des fonctions usuelles.
- Propriétés de fonctions continues sur I : Théorème des valeurs intermédiaires, théorème des bornes atteintes, théorème de la bijection continue.
- Extension aux fonctions à valeurs dans \mathbb{C} .

II. Matrices et systèmes linéaires

- Ensemble des matrices à lignes et p colonnes et à coefficients dans K , matrice carrée, matrice ligne, matrice colonne, matrice nulle, matrice identité, matrices élémentaire $E_{i,j}$.
 - Opérations sur les matrices à n lignes et p colonnes, combinaison linéaire, produit.
 - Propriétés des opérations matricielles.
 - Produit à droite et à gauche par les matrices élémentaires $E_{i,j}$. Application à $E_{i,j} \cdot E_{k,l} = \delta_{j,k} E_{i,l}$
-

Déroulement de la colle:

① Question de cours

- Énoncer la caractérisation séquentielle de la limite et s'en servir pour montrer que :
Si $f(x) \rightarrow 0$ qd $x \rightarrow a$ et si g est bornée au voisinage de a alors $f(x)g(x) \rightarrow 0$ qd $x \rightarrow a$
- Démonstration de la propriété de Cauchy : Soit f est continue sur I , si il existe $a, b \in I$ tels que $f(a)f(b) \leq 0$ alors f s'annule sur I (dichotomie)
- Énoncer le théorème des bornes atteintes et proposer un exemple d'utilisation
- Donner la définition du produit matriciel et montrer l'associativité.

② Exercice(s) sur la continuité et sur les opérations matricielles si il reste du temps.

Evaluation: Connaître son cours est une condition nécessaire pour obtenir une note > 10
