Programme de colles-semaine 1- 22/09 au 26/09

I. Nombres réels, inégalités

- Les ensembles de nombres usuels, démonstration par récurrence
- Addition et multiplication dans $\mathbb{R}$.
- Cosinus et sinus d'un réel, formules de trigonométrie (page 2)
- Ordre dans $\mathbb{R}$, manipulation d'inégalités.
- Majorant, minorant, plus grand élément, plus petit élément, borne sup, borne inf.

Théorème admis : $\mathbb{R}$ a la propriété de la borne sup

- Intervalles de $\mathbb{R}$
- Valeur absolue d'un réel: définition, propriétés, notion de distance dans $\mathbb{R}$
- Partie entière d'un réel : définition, propriétés. Approximations décimales

II Généralités sur les fonctions

- Ensemble de définition, image, antécédent.
- Rep. graphique : Obtention des courbes de $x \mapsto f(x)+a$, $x \mapsto f(x+a)$, $x \mapsto f(2a-x)$, $x \mapsto af(x)$, $x \mapsto f(ax)$ associées à f, à partir de celle de f.
- Parité, périodicité, minorant, majorant, extremum, sup et inf d'une fonction, Monotonie.
- Propriétés asymptotiques : Nature des branches infinies
- Opérations sur les fonctions dont composition.
- Continuité, prolongement par continuité, dérivabilité, dérivée d'une composée.
- TVI, dérivée et variation, extremum, convexité (révision de Terminale)
- Fonction bijective, bijection réciproque, théorème de la bijection, continuité, dérivabilité et dérivée de la réciproque

Déroulement de la colle:

① Existence et calcul de la dérivée d'une composée sur un exemple.

② Une question de cours parmi

- Définition et propriétés de la partie entière (démonstrations exigibles)
- Définition et caractérisation quantifiée de la borne supérieure ou de la borne inférieure d'une partie de $\mathbb{R}$.
- Définition de f est bijective de I dans J et de sa bijection réciproque, exemples et contre-exemples
- Enoncer précisément le théorème donnant la dérivabilité et la dérivée de f^{-1} sur J.

③ Exercices. *On pourra commencer par un exercice inspiré des suivants :*

- Démontrer une inégalité par manipulations d'inégalités, par l'étude du signe de la différence ou encore par récurrence.
- Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$, $\lfloor x \rfloor + \left\lfloor x+\frac{1}{2} \right\rfloor = \lfloor 2x \rfloor$ *Deux méthodes vues en classe.*
- Déterminer la borne inf de $A=\left\{1+\frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^*\right\}$.
- Equations/Inéquations avec des valeurs absolues, des parties entières
- Trouver toutes les fonctions périodiques et monotones sur $\mathbb{R}$.
- Etude de $f(x)=\sqrt{x^3(2-x)}$, de $g(x)=\lfloor x \rfloor+\sqrt{x-\lfloor x \rfloor}$, de $h(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$
- Soit A une partie bornée et non vide de $\mathbb{R}$. On pose B = { $|x - y|$, $(x, y) \in A^2$ }.

Justifier que B est bornée puis calculer sup(B) et inf(B).
On pourra raisonner sur un schéma.

Evaluation: Connaître son cours est une condition nécessaire pour obtenir une note > 10.