

## Programme de colles-semaine 2- 29/09 au 03/10

---

### I. Nombres réels, inégalités

- Les ensembles de nombres usuels, démonstration par récurrence
- Addition et multiplication dans  $\mathbb{R}$ .
- Cosinus et sinus d'un réel, formules de trigonométrie (page 2)
- Ordre dans  $\mathbb{R}$ , manipulation d'inégalités.
- Majorant, minorant, plus grand élément, plus petit élément, borne sup, borne inf.
- Théorème admis :  $\mathbb{R}$  a la propriété de la borne sup
- Intervalles de  $\mathbb{R}$
- Valeur absolue d'un réel: définition, propriétés, notion de distance dans  $\mathbb{R}$
- Partie entière d'un réel : définition, propriétés. Approximations décimales

### II Généralités sur les fonctions

- Ensemble de définition, image, antécédent.
- Rep. graphique : Obtention des courbes de  $x \mapsto f(x) + a$ ,  $x \mapsto f(x + a)$ ,  $x \mapsto af(x)$ ,  $x \mapsto f(ax)$  associées à  $f$ , à partir de celle de  $f$ .
- Parité, périodicité, minorant, majorant, extremum, sup et inf d'une fonction, Monotonie.
- Opérations sur les fonctions dont composition.
- Continuité, TVI
- Dérivabilité, dérivée d'une composée.
- Dérivée et variation, extremum, plan d'étude d'une fonction numérique.
- Fonction bijective, bijection réciproque, théorème de la bijection, continuité, dérivabilité et dérivée de la réciproque

### III. Fonctions usuelles 1

- Rappels et compléments sur  $\ln$  et  $\exp$
  - Puissances réelles,  $a^b$ , étude de  $x \mapsto x^a$ , racines nièmes.
  - Logarithme décimal.
  - Fonctions hyperboliques :  $\text{ch}$ ,  $\text{sh}$  et complément :  $\text{th}$
- 

#### ① Une question de cours parmi

- Définition et caractérisation quantifiée de la borne supérieure ou de la borne inférieure d'une partie de  $\mathbb{R}$ .
- Énoncer précisément le théorème donnant la dérivabilité et la dérivée de  $f^{-1}$  sur  $J$ .
- Étude complète d'une fonction hyperbolique
- Étude complète de  $x \mapsto x^a$  en distinguant les cas  $a > 0$ ,  $a = 0$ ,  $0 < a < 1$  et  $a > 1$ .

#### ② Un exercice proche des suivants puis un autre exercice s'il reste du temps.

- Montrer que  $\forall x \in \mathbb{R}, \lfloor x \rfloor + \left\lfloor x + \frac{1}{2} \right\rfloor = \lfloor 2x \rfloor$  Deux méthodes vues en classe.

- Déterminer la borne inf de  $A = \left\{ 1 + \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^* \right\}$ .

- Résolution d'équations du type .

$$\text{sh}(x) = 1 \quad \text{ch}(x) = 2 \quad 2^{x+4} + 3^x = 2^{x+2} + 3^{x+2} \quad x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x \quad 3^x + 4^x = 5^x$$

- Démontrer des inégalités comme par exemple :  $\forall x \in ]0, 1[, x^x (1-x)^{(1-x)} \geq \frac{1}{2}$

- Étude d'une bijection

- Étude complète d'une fonction du type  $u(x)^{v(x)}$
- 

**Evaluation: Connaître son cours est une condition nécessaire pour obtenir une note > 10**