

Programme de colles-semaine 3- 06/10 au 10/10

I. Fonctions usuelles 1

- Rappels et compléments sur ln et exp
- Puissances réelles, a^b , étude de $x \mapsto x^a$, racines nièmes.
- Logarithme décimal.
- Fonctions hyperboliques : ch, sh et complément : th
- cos, sin, tan, formules de trigo pour tangente.

II. Nombres complexes:

- $\mathbb{C} = \{a + ib, (a, b) \in \mathbb{R}^2\}$ et $i^2 = -1$, plan complexe.
 - Addition et multiplication dans \mathbb{C} , égalité de Bernoulli, $1 + z + z^2 + \dots + z^n = \frac{1 - z^{n+1}}{1 - z}$
 - Conjugué, module, double inégalité triangulaire.
 - Groupe des complexes de module 1, notation e^{ia} , formule d'Euler et de Moivre, factorisation de $1 + e^{ia}$ et de $1 - e^{ia}$
 - Arguments et forme exponentielle d'un nombre complexe non nuls, définition et propriétés des arguments, application aux calculs de produits, quotient et puissance.
 - Application à la trigonométrie : transformation de produit en somme, de somme en produit, utilisation de l'angle moitié et factorisation de $a \cos x + b \sin x$ en $R \cos(x - \theta)$
-

Déroulement de la colle:

① Une nouvelle formule de trigonométrie :

$$\cos a \pm \cos b = \dots \quad \sin a \pm \cos b = \dots$$

$$\tan(a + b) = \dots \quad \tan(a - b) = \dots \quad \tan(2a) = \dots$$

$$\text{Si } t = \tan\left(\frac{a}{2}\right) \text{ alors } \cos a = \dots, \sin a = \dots \quad \text{et } \tan(a) = \dots$$

Factoriser $a \cos x + b \sin x$ sur un exemple

① Une question de cours parmi

- Etude complète de tangente
- Factorisation de $1 + e^{ia}$ et de $1 - e^{ia}$ *Il faut justifier*
- Double inégalité triangulaire et preuve.

② Un exercice sur le thème des suivants :

• Résolution d'équations et d'inéquations du type .

$$\text{ch}(x) = 2 \quad 2^{x+4} + 3^x = 2^{x+2} + 3^{x+2} \quad x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x \quad 3^x + 4^x = 5^x$$

$$\text{ch}(x) \geq 2 \quad \tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) < \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \tan(x)\tan(2x) = 1$$

• Etude complète d'une fonction du type $u(x)^{v(x)}$

③ Exercices sur les nombres complexes : Calcul algébrique, utilisation de la forme exponentielle, manipulation des e^{ia}

• Soit $\theta \in [-\pi, \pi]$ et les complexes $z_1 = 1 + e^{i\theta}$ et $z_2 = 1 - e^{i\theta}$.

Donner le module et un argument de z_1 et z_2

Pas encore d'équation du second degré ni de racines nièmes.

Evaluation: Connaître son cours est une condition nécessaire pour obtenir une note > 10