

## Programme de colles-semaine 3- 06/10 au 10/10

---

### I. Fonctions usuelles 1

- Rappels et compléments sur  $\ln$  et  $\exp$
- Puissances réelles,  $a^b$ , étude de  $x \mapsto x^\alpha$ , racines nièmes.
- Logarithme décimal.
- Fonctions hyperboliques :  $ch$ ,  $sh$  et complément :  $th$
- $\cos$ ,  $\sin$ ,  $\tan$ , formules de trigono pour tangente.

### II. Nombres complexes:

- $\mathbb{C} = \{a + ib, (a, b) \in \mathbb{R}^2\}$  et  $i^2 = -1$ , plan complexe.
  - Addition et multiplication dans  $\mathbb{C}$ , égalité de Bernoulli,  $1 + z + z^2 + \dots + z^n = \frac{1 - z^{n+1}}{1 - z}$
  - Conjugué, module, double inégalité triangulaire.
  - Groupe des complexes de module 1, notation  $e^{ia}$ , formule d'Euler et de Moïvre, factorisation de  $1 + e^{ia}$  et de  $1 - e^{ia}$
  - Arguments et forme exponentielle d'un nombre complexe non nuls, définition et propriétés des arguments, application aux calculs de produits, quotient et puissance.
  - Application à la trigonométrie : transformation de produit en somme, de somme en produit, utilisation de l'angle moitié et factorisation de  $a\cos x + b\sin x$  en  $R\cos(x - \theta)$
- 

### Déroulement de la colle:

- ① Une nouvelle formule de trigonométrie :

$$\cos a \pm \cos b = \dots \quad \sin a \pm \sin b = \dots$$

$$\tan(a+b) = \dots \quad \tan(a-b) = \dots \quad \tan(2a) = \dots$$

$$\text{Si } t = \tan\left(\frac{a}{2}\right) \text{ alors } \cos a = \dots, \sin a = \dots \quad \text{et } \tan(a) = ..$$

Factoriser  $a\cos x + b\sin x$  sur un exemple

- ② Une question de cours parmi

- Etude complète de tangente
- Factorisation de  $1 + e^{ia}$  et de  $1 - e^{ia}$       *Il faut justifier*
- Double inégalité triangulaire et preuve.

- ③ Un exercice sur le thème des suivants :

- Résolution d'équations et d'inéquations du type .

$$ch(x) = 2 \quad 2^{x+4} + 3^x = 2^{x+2} + 3^{x+2} \quad x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x \quad 3^x + 4^x = 5^x$$

$$ch(x) \geq 2 \quad \tan(2x + \frac{\pi}{4}) < \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \tan(x)\tan(2x) = 1$$

- Etude complète d'une fonction du type  $u(x)^{v(x)}$

- ④ Exercices sur les nombres complexes : Calcul algébrique, utilisation de la forme exponentielle, manipulation des  $e^{ia}$

- Soit  $\theta \in [-\pi, \pi]$  et les complexes  $z_1 = 1 + e^{i\theta}$  et  $z_2 = 1 - e^{i\theta}$ .

Donner le module et un argument de  $z_1$  et  $z_2$

*Pas encore d'équation du second degré ni de racines nièmes.*

---

**Evaluation: Connaitre son cours est une condition nécessaire pour obtenir une note > 10**