

Programme de colles-semaine 22 -30/03 au 03/04

I. Polynômes.

Programme précédent

- Polynômes irréductibles dans $\mathbb{K}[X]$, Théorème de d'Alembert-Gauss, polynômes irréductibles et factorisation dans $\mathbb{C}[X]$, dans $\mathbb{R}[X]$, cas de $X^n - 1$.
- Polynôme scindé sur \mathbb{K} , relation entre les coefficients et les racines pour un polynôme scindé : somme et produit des racines.
- Décomposition d'une fraction rationnelle dont le dénominateur est scindé à racines simples
Seul cas au programme.

II. Analyse asymptotique

- Domination et négligeabilité en a , caractérisation par le quotient, propriétés, compatibilité avec les opérations, comparaison des fonctions usuelles.
 - Fonctions équivalentes en a , caractérisation par le quotient, propriétés, équivalents usuels, règles de calcul : produit, exponentiation, quotient, substitution, exemples de recherche d'un équivalent simple pour une somme.
 - Propriétés conservées par équivalents : recherche de limite en a et signe au voisinage de a .
-

Déroulement de la colle:

① Calcul de la semaine : Calcul d'une primitive, d'un intégrale d'une somme ou encore d'une dérivée nième nécessitant la décomposition d'une fraction rationnelle dont le dénominateur est scindé à racines simples

Vu en cours :

① Calculer $I = \int_0^1 \frac{x^3 - 1}{x^2 + 3x + 2}$

② Calculer $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)(k+2)}$

③ Calculer la dérivée nième de $f : x \mapsto \frac{x^2 + 5}{x^3 - 3x^2 + 2x}$

② Une question de cours parmi

- Définition de l'ordre de multiplicité d'une racine et caractérisation par les dérivées successives (démonstration)
- Factorisation de $X^n - 1$ dans $\mathbb{C}[X]$ et $\mathbb{R}[X]$
On représentera les racines nièmes de 1 dans le plan complexe.
- Expression de la somme et du produit des racines pour un polynôme scindé. Démonstration.
- Equivalents usuels.

③ Polynômes, utilisation des relations de comparaison (sans technicité excessive).

Evaluation: Connaître son cours est une condition nécessaire pour obtenir une note > 10

Prévisions : Calcul asymptotique