Programme de colles-semaine 26 -11/05 au 22/05

Rappel : Les colles du lundi, mardi et mercredi ont mieux la semaine du 11 mai, les colles du jeudi et du vendredi ont lieu la semaine du 18 mai.

I. Applications linéaires

Programme précédent

II. Représentations matricielles

- Matrice représentative d'un vecteur de E, d'une famille de vecteurs, isomorphisme entre les familles de cardinal p dans un espace de dimension n et les matrices $n\times p$ une fois une base fixée.
- Famille échelonnée de $\mathbb{R}^n$.
- Matrice représentative d'une application linéaire, isomorphisme entre $\mathcal{L}(E,F)$ avec dim E = p et dim F = n et les matrices $n\times p$, une fois les bases fixées.
- Utilisation du produit matriciel pour le calcul de l'image d'un vecteur par une application linéaire, pour le calcul de la matrice d'une composée de deux applications linéaires, matrice d'un isomorphisme.
- Application linéaire f canoniquement associée à une matrice, noyau, image et rang d'une matrice défini comme le noyau, l'image et le rang de f. Propriétés immédiates : $rg(A) \leq \min(n,p)$, $rg(AB) \leq \min(rg(A), rg(B))$, invariance du rang par multiplication à droite ou à gauche par une matrice inversible
- Théorème du rang pour les matrices. Les OEC préservent Im A et les OEL préservent Ker A donc les OEL/OEC conservent le rang de A, calcul pratique du rang.
- Caractérisation des matrices inversibles : $A\in GL_n(\mathbb{K}) \Leftrightarrow rg(A) = n$

Déroulement de la colle:

① Donner la matrice d'une application linéaire

② Une question de cours parmi les suivantes

- Donner la définition d'une projecteur de E et monter que si p est un projecteur de E alors $E = \mathrm{Ker}p \oplus \mathrm{Im}p$
- Enoncé et preuve du lemme du rang : Soit $f\in\mathcal{L}(E, F)$ et H un supplémentaire de Ker f dans E. L'application $\varphi : \begin{cases} H \to \mathrm{Im} f \\ \vec{x} \mapsto f(\vec{x}) \end{cases}$ est un isomorphisme.
- Déterminer le rang, l'image et le noyau d'une matrice A via des OEL ou des OEC et en déduire des propriétés. *La matrice peut contenir des paramètres.*

③ Exercices d'algèbre linéaires utilisant la représentation matricielle.

Evaluation: Connaître son cours est une condition nécessaire pour obtenir une note > 10