

Puissances

Prérequis

Opérations sur les puissances (produits, quotients), décomposition en facteurs premiers, sommes d'expressions fractionnaires (même dénominateur), identités remarquables, factorisations et développements simples.

Révisions : exercices de révision

 : exercices **difficiles**

Calcul 2.1



Dans chaque cas, donner le résultat sous la forme d'une puissance de 10.

- | | | | |
|------------------------------|----------------------|---|----------------------|
| a) $10^5 \times 10^3$ | <input type="text"/> | d) $\frac{10^{-5}}{10^{-3}}$ | <input type="text"/> |
| b) $(10^5)^3$ | <input type="text"/> | e) $\frac{(10^5 \times 10^{-3})^5}{(10^{-5} \times 10^3)^{-3}}$ | <input type="text"/> |
| c) $\frac{10^5}{10^3}$ | <input type="text"/> | f) $\frac{(10^3)^{-5} \times 10^5}{10^3 \times 10^{-5}}$ | <input type="text"/> |

Calcul 2.2



Dans chaque cas, donner le résultat sous la forme a^n avec a et n deux entiers relatifs.

- | | | | |
|-------------------------------|----------------------|--|----------------------|
| a) $3^4 \times 5^4$ | <input type="text"/> | d) $(-7)^3 \times (-7)^{-5}$ | <input type="text"/> |
| b) $(5^3)^{-2}$ | <input type="text"/> | e) $\frac{6^5}{2^5}$ | <input type="text"/> |
| c) $\frac{2^5}{2^{-2}}$ | <input type="text"/> | f) $\frac{(30^4)^7}{2^{28} \times 5^{28}}$ | <input type="text"/> |

Calcul 2.3



Dans chaque cas, donner le résultat sous la forme $2^n \times 3^p$, où n et p sont deux entiers relatifs.

- | | |
|--|----------------------|
| a) $\frac{2^3 \times 3^2}{3^4 \times 2^8 \times 6^{-1}}$ | <input type="text"/> |
| b) $2^{21} + 2^{22}$ | <input type="text"/> |
| c) $\frac{3^{22} + 3^{21}}{3^{22} - 3^{21}}$ | <input type="text"/> |

d) $\frac{(3^2 \times (-2)^4)^8}{((-3)^5 \times 2^3)^{-2}}$

Calcul 2.4

Dans chaque cas, simplifier au maximum.

a) $\frac{8^{17} \times 6^{-6}}{9^{-3} \times 2^{42}}$

b) $\frac{55^2 \times 121^{-2} \times 125^2}{275 \times 605^{-2} \times 25^4}$

c) $\frac{12^{-2} \times 15^4}{25^2 \times 18^{-4}}$

d) $\frac{36^3 \times 70^5 \times 10^2}{14^3 \times 28^2 \times 15^6}$

Calcul 2.5

Dans chaque cas, simplifier au maximum l'expression en fonction du réel x .

a) $\frac{x}{x-1} - \frac{2}{x+1} - \frac{2}{x^2-1}$

b) $\frac{2}{x+2} - \frac{1}{x-2} + \frac{8}{x^2-4}$

c) $\frac{x^2}{x^2-x} + \frac{x^3}{x^3+x^2} - \frac{2x^2}{x^3-x}$

d) $\frac{1}{x} + \frac{x+2}{x^2-4} + \frac{2}{x^2-2x}$

Réponses mélangées								
3^{28}	11	10^2	8	$\frac{2x}{x+1}$	15^4	7^{-2}	$\frac{x}{x+1}$	
$2^{38} \times 3^{26}$	2^7	$2^6 \times 5$	2	$2^{-4} \times 3^{-1}$	10^{-8}	10^{15}	10^4	
$\frac{2}{x-2}$	3^{10}	5^{-6}	3^5	$2^{21} \times 3$	10^{-2}	$\frac{1}{x-2}$	10^8	

Fiche n° 2. Puissances

Réponses

2.1 a)	10^8	2.3 b)	$2^{21} \times 3$
2.1 b)	10^{15}	2.3 c)	2
2.1 c)	10^2	2.3 d)	$2^{38} \times 3^{26}$
2.1 d)	10^{-2}	2.4 a)	8
2.1 e)	10^4	2.4 b)	11
2.1 f)	10^{-8}	2.4 c)	3^{10}
2.2 a)	15^4	2.4 d)	$2^6 \times 5$
2.2 b)	5^{-6}	2.5 a)	$\frac{x}{x+1}$
2.2 c)	2^7	2.5 b)	$\frac{1}{x-2}$
2.2 d)	7^{-2}	2.5 c)	$\frac{2x}{x+1}$
2.2 e)	3^5	2.5 d)	$\frac{2}{x-2}$
2.2 f)	3^{28}		
2.3 a)	$2^{-4} \times 3^{-1}$		

Corrigés

2.3 a) Avec $6 = 2 \times 3$, on peut réorganiser le calcul et rassembler les puissances. On a :

$$\frac{2^3 \times 3^2}{3^4 \times 2^8 \times 6^{-1}} = \frac{2^3 \times 3^2}{3^4 \times 2^8 \times 2^{-1} \times 3^{-1}} = \frac{2^3 \times 3^2}{3^{4-1} \times 2^{8-1}} = \frac{2^3 \times 3^2}{3^3 \times 2^7} = 2^{3-7} \times 3^{2-3} = 2^{-4} \times 3^{-1}.$$

2.3 b) On factorise, pour trouver : $2^{21} + 2^{22} = 2^{21} + 2^{21} \times 2 = 2^{21} \times (1 + 2) = 2^{21} \times 3$.

2.3 c) On factorise au numérateur et au dénominateur : $\frac{3^{22} + 3^{21}}{3^{22} - 3^{21}} = \frac{(3+1) \times 3^{21}}{(3-1) \times 3^{21}} = \frac{4}{2} = 2$.

2.3 d) On simplifie en appliquant les règles habituelles de calcul avec les puissances, et en exploitant le fait que $(-a)^n = a^n$ lorsque n est pair : $\frac{(3^2 \times (-2)^4)^8}{((-3)^5 \times 2^3)^{-2}} = \frac{3^{16} \times 2^{32}}{3^{-10} \times 2^{-6}} = 2^{38} \times 3^{26}$.

2.4 a) On fait apparaître les facteurs premiers 2 et 3 :

$$\frac{8^{17} \times 6^{-6}}{9^{-3} \times 2^{42}} = \frac{2^{3 \times 17} \times 2^{-6} \times 3^{-6}}{3^{2 \times (-3)} \times 2^{42}} = \frac{2^{51-6} \times 3^{-6}}{3^{-6} \times 2^{42}} = 2^{45-42} = 2^3 = 8.$$

2.4 b) Avec les facteurs premiers 5 et 11 :

$$\frac{55^2 \times 121^{-2} \times 125^2}{275 \times 605^{-2} \times 25^4} = \frac{(5 \times 11)^2 \times (11^2)^{-2} \times (5^3)^2}{5^2 \times 11 \times (11^2 \times 5)^{-2} \times (5^2)^4} = \frac{5^8 \times 11^{-2}}{5^8 \times 11^{-3}} = 11.$$

2.4 c) On fait apparaître les facteurs premiers 2, 3 et 5 :

$$\frac{12^{-2} \times 15^4}{25^2 \times 18^{-4}} = \frac{(2^2)^{-2} \times 3^{-2} \times 3^4 \times 5^4}{(5^2)^2 \times 2^{-4} \times (3^2)^{-4}} = \frac{2^{-4} \times 3^2 \times 5^4}{2^{-4} \times 3^{-8} \times 5^4} = 3^{10}.$$

2.4 d) Même méthode que précédemment. On a :

$$\frac{36^3 \times 70^5 \times 10^2}{14^3 \times 28^2 \times 15^6} = \frac{2^6 \times 3^6 \times 2^5 \times 5^5 \times 7^5 \times 2^2 \times 5^2}{2^3 \times 7^3 \times 2^4 \times 7^2 \times 3^6 \times 5^6} = \frac{2^{13} \times 3^6 \times 5^7 \times 7^5}{2^7 \times 3^6 \times 5^6 \times 7^5} = 2^6 \times 5.$$

2.5 a) On met au même dénominateur les deux premières écritures fractionnaires :

$$\begin{aligned} \frac{x}{x-1} - \frac{2}{x+1} - \frac{2}{x^2-1} &= \frac{x(x+1) - 2(x-1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{2}{x^2-1} = \frac{x^2 + x - 2x + 2}{(x+1)(x-1)} - \frac{2}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{x^2 - x}{(x+1)(x-1)} = \frac{x}{x+1}. \end{aligned}$$

2.5 b) En suivant la même méthode, on obtient :

$$\frac{2}{x+2} - \frac{1}{x-2} + \frac{8}{x^2-4} = \frac{2(x-2) - (x+2)}{(x+2)(x-2)} + \frac{8}{(x+2)(x-2)} = \frac{2x-4-x-2+8}{(x+2)(x-2)} = \frac{1}{x-2}.$$

2.5 c) On commence par simplifier les puissances superflues ; puis, en faisant comme précédemment :

$$\begin{aligned} \frac{x^2}{x^2-x} + \frac{x^3}{x^3+x^2} - \frac{2x^2}{x^3-x} &= \frac{x}{x-1} + \frac{x}{x+1} - \frac{2x}{x^2-1} = \frac{x(x+1+x-1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{2x}{(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{2x^2-2x}{(x+1)(x-1)} = \frac{2x}{x+1}. \end{aligned}$$

2.5 d) La deuxième écriture fractionnaire se simplifie. On a :

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{x+2}{x^2-4} + \frac{2}{x^2-2x} &= \frac{1}{x} + \frac{x+2}{(x+2)(x-2)} + \frac{2}{x(x-2)} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} + \frac{2}{x(x-2)} \\ &= \frac{x-2+x}{x(x-2)} + \frac{2}{x(x-2)} = \frac{2}{x-2}. \end{aligned}$$