Fiche de calcul n° 9

Primitives

Prérequis
Intégration de Terminale. Dérivée d'une fonction composée.
Trigonométrie directe et réciproque. Trigonométrie hyperbolique.

Révisions : exercices de révision
: exercices **difficiles**

Pour chaque fonction à intégrer, on pourra commencer par chercher les domaines où elle admet des primitives.

Calculs directs

Calcul 9.1

Déterminer directement une primitive des expressions suivantes.

a) $\dfrac{1}{t+1}$ .....

b) $\dfrac{3}{(t+2)^2}$ .....

c) $\dfrac{3}{(t+2)^3}$ .....

d) $\sin(4t)$ .....

Calcul 9.2

Même exercice.

a) $\sqrt{1+t} - \sqrt[3]{t}$ .....

b) e^{2t+1} .....

c) $\dfrac{1}{\sqrt{1-4t^2}}$ .....

d) $\dfrac{1}{1+9t^2}$ .....

Utilisation des formulaires

Calcul 9.3 — Dérivée d'une fonction composée (I).

Déterminer une primitive des expressions suivantes en reconnaissant la dérivée d'une fonction composée.

a) $\dfrac{2t^2}{1+t^3}$ .....

b) $t\sqrt{1+2t^2}$ .....

c) $\dfrac{t}{\sqrt{1-t^2}}$ .....

d) $\dfrac{7t}{\sqrt[3]{1+7t^2}}$ .....

e) $\dfrac{t}{1+3t^2}$ .....

f) $\dfrac{12t}{(1+3t^2)^3}$ .....

Calcul 9.4 — Dérivée d'une fonction composée (II).

Même exercice.

a) $\dfrac{\ln^3 t}{t}$ .....

b) $\dfrac{1}{t\sqrt{\ln t}}$ .....

c) $\dfrac{8\mathrm{e}^{2t}}{(3-\mathrm{e}^{2t})^3}$ .....

d) $\dfrac{1}{t^2\sqrt{t}}$ .....

e) $\dfrac{\mathrm{e}^t+\mathrm{e}^{-t}}{1-\mathrm{e}^{-t}+\mathrm{e}^t}$ .....

f) $\dfrac{\mathrm{e}^{\frac{1}{t}}}{t^2}$ .....

Calcul 9.5 — Trigonométrie (I).

Déterminer une primitive des expressions suivantes en reconnaissant la dérivée d'une fonction composée.

a) $\cos^2 t \sin t$ .....

b) $\cos(t)\mathrm{e}^{\sin t}$ .....

c) $\tan t$ .....

d) $\dfrac{\cos t}{1-\sin t}$ .....

e) $\dfrac{\sin\sqrt{t}}{\sqrt{t}}$ .....

f) $\dfrac{\cos(\pi \ln t)}{t}$ .....

g) $\tan^2 t$ .....

h) $\tan^3 t$ .....

i) $\dfrac{\tan^3 t}{\cos^2 t}$ .....

j) $\dfrac{1}{\cos^2(t)\sqrt{\tan t}}$ ...

k) $\dfrac{1+\tan^2 t}{\tan^2 t}$ .....

l) $\dfrac{\cos t}{(1-\sin t)^3}$ .....

m) $\dfrac{1}{1+4t^2}$ .....

n) $\dfrac{\mathrm{e}^t}{1+\mathrm{e}^{2t}}$ .....

Calcul 9.6 — Trigonométrie réciproque.

Même exercice, pour ceux qui connaissent la fonction arcsin.

a) $\dfrac{\arcsin(t)}{\sqrt{1-t^2}}$ .....

b) $\dfrac{1}{\sqrt{1-t^2}\arcsin(t)}$ .....

Calcul 9.7 — Trigonométrie (II).

Déterminer une primitive des expressions suivantes en utilisant d'abord le formulaire de trigonométrie.

a) $\cos^2 t$ .....

b) $\cos(t)\sin(3t)$ .....

c) $\sin^3 t$ .....

d) $\dfrac{\sin(2t)}{1+\sin^2 t}$ .....

e) $\dfrac{1}{\sin t \cos t}$ .....

f) $\dfrac{1}{\sin^2(t)\cos^2(t)}$ .....

g) $\dfrac{1}{\sin(4t)}$ .....

Calcul 9.8 — Fractions rationnelles.

Déterminer une primitive des expressions suivantes après quelques manipulations algébriques simples.

a) $\dfrac{t^2+t+1}{t^2}$ .....

b) $\dfrac{t^2+1}{t^3}$ .....

c) $\dfrac{1-t^6}{1-t^2}$ .....

d) $\dfrac{t^3+1}{t+1}$ .....

e) $\dfrac{t-1}{t+1}$ .....

f) $\dfrac{t^3}{t+1}$ .....

g) $\dfrac{t-1}{t^2+1}$ .....

h) $\dfrac{t}{(t+1)^2}$ .....

Dériver puis intégrer, intégrer puis dériver

Calcul 9.9

Pour chacune des expressions suivantes :

- dériver puis factoriser l'expression ;
- intégrer l'expression.

a) t^2-2t+5 .....

b) $\dfrac{1}{t^2}+\dfrac{1}{t}$ .....

c) $\sqrt{t}-\dfrac{1}{t^3}$ .....

d) $\dfrac{1}{t^4}+\dfrac{1}{t\sqrt{t}}$ .....

e) $\mathrm{e}^{2t}+\mathrm{e}^{-3t}$ .....

f) e^{3t-2} .....

g) $\dfrac{t^2}{t^3-1}$ .....

h) $\dfrac{3t-1}{t^2+1}$ .....

i) $\sin(t)\cos^2(t)$ ...

j) $\dfrac{1}{t^2}\sin\dfrac{1}{t}$ .....

k) $\dfrac{\mathrm{e}^t}{2+\mathrm{e}^t}$ .....

l) $\dfrac{\sin t}{2+3\cos t}$ .....

m) $\dfrac{t}{\sqrt{1-t^2}}$ .....

n) $\dfrac{\sin 2t}{1+\cos^2 t}$ .....

o) $t\mathrm{e}^{-t^2}$ .....

p) $\dfrac{1-\ln t}{t}$ .....

q) $\dfrac{1}{t\ln t}$ .....

r) $\dfrac{\sin(\ln t)}{t}$ .....

Réponses mélangées

$-\text{cotan}t + \tan t$ $\quad \ln|1 - \mathrm{e}^{-t} + \mathrm{e}^{t}|$ $\quad \dfrac{1}{3}\arctan(3t)$ $\quad -\dfrac{3}{2(t+2)^2}$ $\quad -\dfrac{1}{t^2}\left(\dfrac{2}{t}+1\right)$ puis $-\dfrac{1}{t} + \ln|t|$

$-\dfrac{\cos(4t)}{8} - \dfrac{\cos(2t)}{4}$ $\quad -\cos t + \dfrac{1}{3}\cos^3 t$ $\quad 2\dfrac{3\cos^2 t - 1}{(1+\cos^2 t)^2}$ puis $-\ln(1+\cos^2(t))$

$\dfrac{1}{(1-t^2)^{3/2}}$ puis $-\sqrt{1-t^2}$ $\quad \dfrac{2}{3}\ln|1+t^3|$ $\quad \dfrac{1}{2}(\arcsin(t))^2$ $\quad \dfrac{2\mathrm{e}^{t}}{(2+\mathrm{e}^{t})^2}$ puis $\ln(2+\mathrm{e}^{t})$

$\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2t+1}$ $\quad \ln(1+\sin^2 t)$ $\quad 2\sqrt{\ln t}$ $\quad \dfrac{2}{(3-\mathrm{e}^{2t})^2}$ $\quad \arctan(\mathrm{e}^{t})$ $\quad -\ln|1-\sin t|$

$\dfrac{\cos\ln t - \sin\ln t}{t^2}$ puis $-\cos(\ln t))$ $\quad \dfrac{3}{4}(1+7t^2)^{\frac{2}{3}}$ $\quad \tan t - t$ $\quad \dfrac{1}{\pi}\sin(\pi \ln t)$ $\quad t - \dfrac{t^2}{2} + \dfrac{t^3}{3}$

$\dfrac{t}{2} + \dfrac{\sin(2t)}{4}$ $\quad \dfrac{1}{2}\dfrac{1}{(1-\sin t)^2}$ $\quad \dfrac{1}{4}\ln^4 t$ $\quad -\dfrac{2t\sin\frac{1}{t} + \cos\frac{1}{t}}{t^4}$ puis $\cos\dfrac{1}{t}$ $\quad \dfrac{1}{6}(1+2t^2)^{\frac{3}{2}}$

$\dfrac{1}{2}\ln(1+t^2) - \arctan(t)$ $\quad \dfrac{2\cos t + 3}{(2+3\cos t)^2}$ puis $-\dfrac{1}{3}\ln|2+3\cos t|$ $\quad \dfrac{1}{2}\tan^2 t + \ln|\cos t|$

$-\dfrac{\cos(4t)}{4}$ $\quad \ln|\tan t|$ $\quad \dfrac{1}{4}\ln|\tan 2t|$ $\quad \dfrac{1}{2}\arctan(2t)$ $\quad -\dfrac{t(t^3+2)}{(t-1)^2(t^2+t+1)^2}$ puis $\dfrac{1}{3}\ln(|t^3-1|)$

$\cos t(3\cos^2 t - 2)$ puis $-\dfrac{1}{3}\cos^3 t$ $\quad -\dfrac{4}{t^5} - \dfrac{3}{2}\dfrac{1}{t^{5/2}}$ puis $-\dfrac{1}{3}\dfrac{1}{t^3} - \dfrac{2}{\sqrt{t}}$ $\quad t - 2\ln|t+1|$ $\quad -\dfrac{1}{\tan t}$

$t + \dfrac{t^3}{3} + \dfrac{t^5}{5}$ $\quad \ln|t| - \dfrac{1}{2t^2}$ $\quad 2\mathrm{e}^{2t} - 3\mathrm{e}^{-3t}$ puis $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2t} - \dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{-3t}$ $\quad -\mathrm{e}^{\frac{1}{t}}$ $\quad -\dfrac{1}{3}\cos^3 t$

$-\dfrac{1+\ln t}{t^2\ln^2 t}$ puis $\ln|\ln t|$ $\quad -\dfrac{3t^2-2t-3}{(t^2+1)^2}$ puis $\dfrac{3}{2}\ln(t^2+1) - \arctan(t)$ $\quad \dfrac{1}{2\sqrt{t}} + \dfrac{3}{t^4}$ puis $\dfrac{2}{3}t^{\frac{3}{2}} + \dfrac{1}{2t^2}$

$-\sqrt{1-t^2}$ $\quad \dfrac{1}{4}\tan^4 t$ $\quad t - \dfrac{t^2}{2} + \dfrac{t^3}{3} - \ln|t+1|$ $\quad -\ln|\cos t|$ $\quad \dfrac{1}{6}\ln(1+3t^2)$

$\dfrac{1}{2}\arcsin(2t)$ $\quad 2(t-1)$ puis $\dfrac{1}{3}t^3 - t^2 + 5t$ $\quad \ln|\arcsin(t)|$ $\quad -\dfrac{1}{(1+3t^2)^2}$ $\quad \dfrac{2}{3}(1+t)^{\frac{3}{2}} - \dfrac{3}{4}t^{\frac{4}{3}}$

$\dfrac{\ln t - 2}{t^2}$ puis $\ln t - \dfrac{1}{2}\ln^2 t$ $\quad (1-2t^2)\mathrm{e}^{-t^2}$ puis $-\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{-t^2}$ $\quad \ln|t+1| + \dfrac{1}{t+1}$ $\quad 2\sqrt{\tan t}$

$-2\cos\sqrt{t}$ $\quad -\dfrac{2}{3t^{\frac{3}{2}}}$ $\quad t + \ln|t| - \dfrac{1}{t}$ $\quad 3\mathrm{e}^{3t-2}$ puis $\dfrac{1}{3}\mathrm{e}^{3t-2}$ $\quad \ln|t+1|$ $\quad \mathrm{e}^{\sin t}$ $\quad -\dfrac{3}{t+2}$

▶ Réponses et corrigés page 5

Fiche n° 9. Primitives

Réponses

9.1 a) $\boxed{\ln|t+1|}$

9.1 b) $\boxed{-\dfrac{3}{t+2}}$

9.1 c) $\boxed{-\dfrac{3}{2(t+2)^2}}$

9.1 d) $\boxed{-\dfrac{\cos(4t)}{4}}$

9.2 a) $\boxed{\dfrac{2}{3}(1+t)^{\frac{3}{2}}-\dfrac{3}{4}t^{\frac{4}{3}}}$

9.2 b) $\boxed{\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2t+1}}$

9.2 c) $\boxed{\dfrac{1}{2}\arcsin(2t)}$

9.2 d) $\boxed{\dfrac{1}{3}\arctan(3t)}$

9.3 a) $\boxed{\dfrac{2}{3}\ln|1+t^3|}$

9.3 b) $\boxed{\dfrac{1}{6}(1+2t^2)^{\frac{3}{2}}}$

9.3 c) $\boxed{-\sqrt{1-t^2}}$

9.3 d) $\boxed{\dfrac{3}{4}(1+7t^2)^{\frac{2}{3}}}$

9.3 e) $\boxed{\dfrac{1}{6}\ln(1+3t^2)}$

9.3 f) $\boxed{-\dfrac{1}{(1+3t^2)^2}}$

9.4 a) $\boxed{\dfrac{1}{4}\ln^4 t}$

9.4 b) $\boxed{2\sqrt{\ln t}}$

9.4 c) $\boxed{\dfrac{2}{(3-\mathrm{e}^{2t})^2}}$

9.4 d) $\boxed{-\dfrac{2}{3t^{\frac{3}{2}}}}$

9.4 e) $\boxed{\ln|1-\mathrm{e}^{-t}+\mathrm{e}^{t}|}$

9.4 f) $\boxed{-\mathrm{e}^{\frac{1}{t}}}$

9.5 a) $\boxed{-\dfrac{1}{3}\cos^3 t}$

9.5 b) $\boxed{\mathrm{e}^{\sin t}}$

9.5 c) $\boxed{-\ln|\cos t|}$

9.5 d) $\boxed{-\ln|1-\sin t|}$

9.5 e) $\boxed{-2\cos\sqrt{t}}$

9.5 f) $\boxed{\dfrac{1}{\pi}\sin(\pi\ln t)}$

9.5 g) $\boxed{\tan t - t}$

9.5 h) $\boxed{\dfrac{1}{2}\tan^2 t+\ln|\cos t|}$

9.5 i) $\boxed{\dfrac{1}{4}\tan^4 t}$

9.5 j) $\boxed{2\sqrt{\tan t}}$

9.5 k) $\boxed{-\dfrac{1}{\tan t}}$

9.5 l) $\boxed{\dfrac{1}{2}\dfrac{1}{(1-\sin t)^2}}$

9.5 m) $\boxed{\dfrac{1}{2}\arctan(2t)}$

9.5 n) $\boxed{\arctan(\mathrm{e}^t)}$

9.6 a) $\boxed{\dfrac{1}{2}(\arcsin(t))^2}$

9.6 b) $\boxed{\ln|\arcsin(t)|}$

9.7 a) $\boxed{\dfrac{t}{2}+\dfrac{\sin(2t)}{4}}$

9.7 b) $\boxed{-\dfrac{\cos(4t)}{8}-\dfrac{\cos(2t)}{4}}$

9.7 c) $\boxed{-\cos t+\dfrac{1}{3}\cos^3 t}$

9.7 d) ..... $\boxed{\ln(1+\sin^2 t)}$

9.7 e) ..... $\boxed{\ln|\tan t|}$

9.7 f) ..... $\boxed{-\operatorname{cotan} t+\tan t}$

9.7 g) ..... $\boxed{\frac{1}{4}\ln|\tan 2t|}$

9.8 a) ..... $\boxed{t+\ln|t|-\frac{1}{t}}$

9.8 b) ..... $\boxed{\ln|t|-\frac{1}{2t^2}}$

9.8 c) ..... $\boxed{t+\frac{t^3}{3}+\frac{t^5}{5}}$

9.8 d) ..... $\boxed{t-\frac{t^2}{2}+\frac{t^3}{3}}$

9.8 e) ..... $\boxed{t-2\ln|t+1|}$

9.8 f) ..... $\boxed{t-\frac{t^2}{2}+\frac{t^3}{3}-\ln|t+1|}$

9.8 g) ..... $\boxed{\frac{1}{2}\ln(1+t^2)-\arctan(t)}$

9.8 h) ..... $\boxed{\ln|t+1|+\frac{1}{t+1}}$

9.9 a) ..... $\boxed{2(t-1)\text{ puis }\frac{1}{3}t^3-t^2+5t}$

9.9 b) ..... $\boxed{-\frac{1}{t^2}\left(\frac{2}{t}+1\right)\text{ puis }-\frac{1}{t}+\ln|t|}$

9.9 c) ..... $\boxed{\frac{1}{2\sqrt{t}}+\frac{3}{t^4}\text{ puis }\frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}}+\frac{1}{2t^2}}$

9.9 d) ..... $\boxed{-\frac{4}{t^5}-\frac{3}{2}\frac{1}{t^{5/2}}\text{ puis }-\frac{1}{3}\frac{1}{t^3}-\frac{2}{\sqrt{t}}}$

9.9 e) ..... $\boxed{2\mathrm{e}^{2t}-3\mathrm{e}^{-3t}\text{ puis }\frac{1}{2}\mathrm{e}^{2t}-\frac{1}{3}\mathrm{e}^{-3t}}$

9.9 f) ..... $\boxed{3\mathrm{e}^{3t-2}\text{ puis }\frac{1}{3}\mathrm{e}^{3t-2}}$

9.9 g) ..... $\boxed{-\frac{t(t^3+2)}{(t-1)^2(t^2+t+1)^2}\text{ puis }\frac{1}{3}\ln(|t^3-1|)}$

9.9 h) .... $\boxed{-\frac{3t^2-2t-3}{(t^2+1)^2}\text{ puis }\frac{3}{2}\ln(t^2+1)-\arctan(t)}$

9.9 i) ..... $\boxed{\cos t(3\cos^2 t-2)\text{ puis }-\frac{1}{3}\cos^3 t}$

9.9 j) ..... $\boxed{-\frac{2t\sin\frac{1}{t}+\cos\frac{1}{t}}{t^4}\text{ puis }\cos\frac{1}{t}}$

9.9 k) ..... $\boxed{\frac{2\mathrm{e}^t}{(2+\mathrm{e}^t)^2}\text{ puis }\ln(2+\mathrm{e}^t)}$

9.9 l) ..... $\boxed{\frac{2\cos t+3}{(2+3\cos t)^2}\text{ puis }-\frac{1}{3}\ln|2+3\cos t|}$

9.9 m) ..... $\boxed{\frac{1}{(1-t^2)^{3/2}}\text{ puis }-\sqrt{1-t^2}}$

9.9 n) ..... $\boxed{2\frac{3\cos^2 t-1}{(1+\cos^2 t)^2}\text{ puis }-\ln(1+\cos^2(t))}$

9.9 o) ..... $\boxed{(1-2t^2)\mathrm{e}^{-t^2}\text{ puis }-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-t^2}}$

9.9 p) ..... $\boxed{\frac{\ln t-2}{t^2}\text{ puis }\ln t-\frac{1}{2}\ln^2 t}$

9.9 q) ..... $\boxed{-\frac{1+\ln t}{t^2\ln^2 t}\text{ puis }\ln|\ln t|}$

9.9 r) ..... $\boxed{\frac{\cos\ln t-\sin\ln t}{t^2}\text{ puis }-\cos(\ln t))}$

Corrigés

9.1 a) Admet des primitives sur $]-\infty,-1[$ ou $]-1,+\infty[$.

.....

9.1 b) Admet des primitives sur $]-\infty,-2[$ ou $]-2,+\infty[$.

.....

9.2 a) Admet des primitives sur $]0,+\infty[$.

.....

9.2 c) Admet des primitives sur $]-1/2,1/2[$.

.....

9.2 d) Admet des primitives sur $\mathbb{R}$.

.....

9.5 g) On a $\displaystyle\int^t \tan^2\theta\,\mathrm{d}\theta = \int^t ((1+\tan^2\theta)-1)\,\mathrm{d}\theta = \tan t - t + \mathrm{C}^{\mathrm{ste}}$.

9.5 h) On a $\displaystyle\int^t \tan^3\theta\,\mathrm{d}\theta = \int^t ((\tan^2\theta+1)\tan\theta - \tan\theta)\,\mathrm{d}\theta = \frac{1}{2}\tan^2 t + \ln|\cos t| + \mathrm{C}^{\mathrm{ste}}$.

9.7 a) On a $\displaystyle\int^x \cos^2\theta\,\mathrm{d}\theta = \int^t \frac{1+\cos(2\theta)}{2}\,\mathrm{d}\theta = \frac{t}{2} + \frac{\sin(2t)}{4} + \mathrm{C}^{\mathrm{ste}}$.

9.7 b) On a :

$$\begin{aligned}\int^t \cos(\theta)\sin(3\theta)\,\mathrm{d}\theta &= \int^t \frac{1}{2}(\sin(3\theta+\theta)+\sin(3\theta-\theta))\,\mathrm{d}\theta\\ &= \int^t \frac{1}{2}(\sin(4\theta)+\sin(2\theta))\,\mathrm{d}\theta = -\frac{\cos(4t)}{8} - \frac{\cos(2t)}{4} + \mathrm{C}^{\mathrm{ste}}.\end{aligned}$$

9.7 c) On a $\displaystyle\int^t \sin^3\theta\,\mathrm{d}\theta = \int^t (1-\cos^2\theta)\sin\theta\,\mathrm{d}\theta = -\cos t + \frac{1}{3}\cos^3 t + \mathrm{C}^{\mathrm{ste}}$.

9.7 d) On a $\displaystyle\int^t \frac{\sin(2\theta)}{1+\sin^2\theta}\,\mathrm{d}\theta = \int^t \frac{2\sin\theta\cos\theta}{1+\sin^2\theta}\,\mathrm{d}\theta = \ln(1+\sin^2 t) + \mathrm{C}^{\mathrm{ste}}$.

9.7 e) On a $\displaystyle\int^t \frac{\mathrm{d}\theta}{\sin\theta\cos\theta} = \int^t \frac{\cos^2\theta+\sin^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}\,\mathrm{d}\theta = \int^t \left(\tfrac{\cos\theta}{\sin\theta} + \tfrac{\sin\theta}{\cos\theta}\right)\mathrm{d}\theta = \ln|\sin t| - \ln|\cos t| + \mathrm{C}^{\mathrm{ste}} = \ln|\tan t| + \mathrm{C}^{\mathrm{ste}}$.

9.7 f) On a $\displaystyle\int^t \frac{\mathrm{d}\theta}{\sin^2(\theta)\cos^2(\theta)} = \int^t \frac{\sin^2\theta+\cos^2\theta}{\sin^2(\theta)\cos^2(\theta)}\,\mathrm{d}\theta = \int^t \left(\frac{1}{\sin^2\theta} + \frac{1}{\cos^2\theta}\right)\mathrm{d}\theta = -\mathrm{cotan}(t) + \tan(t) + \mathrm{C}^{\mathrm{ste}}$.

9.7 g) On a :

$$\begin{aligned}\int^t \frac{\mathrm{d}\theta}{\sin(4\theta)} &= \int^t \frac{\cos^2(2\theta)+\sin^2(2\theta)}{2\sin(2\theta)\cos(2\theta)}\,\mathrm{d}\theta\\ &= \int^t \frac{1}{4}\left(\frac{2\cos(2\theta)}{\sin(2\theta)} + \frac{2\sin(2\theta)}{\cos(2\theta)}\right)\mathrm{d}\theta = \frac{1}{4}\ln|\sin(2t)| - \frac{1}{4}\ln|\cos(2t)| + \mathrm{C}^{\mathrm{ste}} = \frac{1}{4}\ln|\tan 2t| + \mathrm{C}^{\mathrm{ste}}.\end{aligned}$$

9.8 c) On a $1-t^6 = 1^3 - (t^2)^3 = (1-t^2)(1+t^2+t^4)$ donc finalement on cherche une primitive de $1+t^2+t^4$.

9.8 e) On a $\displaystyle\int^t \frac{\theta-1}{\theta+1}\,\mathrm{d}\theta = \int^t \frac{\theta+1-2}{\theta+1}\,\mathrm{d}\theta = \int^t \left(1 - \frac{2}{\theta+1}\right)\mathrm{d}\theta = t - 2\ln|t+1| + \mathrm{C}^{\mathrm{ste}}$.

9.8 f) On a $\displaystyle\int^t \frac{\theta^3}{\theta+1}\,\mathrm{d}\theta = \int^t \frac{\theta^3+1-1}{\theta+1}\,\mathrm{d}\theta = \int^t \frac{(\theta+1)(1-\theta+\theta^2)-1}{\theta+1}\,\mathrm{d}\theta = t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} - \ln|t+1| + \mathrm{C}^{\mathrm{ste}}$.

9.8 h) On a $\displaystyle\int^t \frac{\theta}{(\theta+1)^2}\,\mathrm{d}\theta = \int^t \frac{\theta+1-1}{(\theta+1)^2}\,\mathrm{d}\theta = \int^t \left(\frac{1}{\theta+1} - \frac{1}{(\theta+1)^2}\right)\mathrm{d}\theta = \ln|t+1| + \frac{1}{t+1} + \mathrm{C}^{\mathrm{ste}}$.