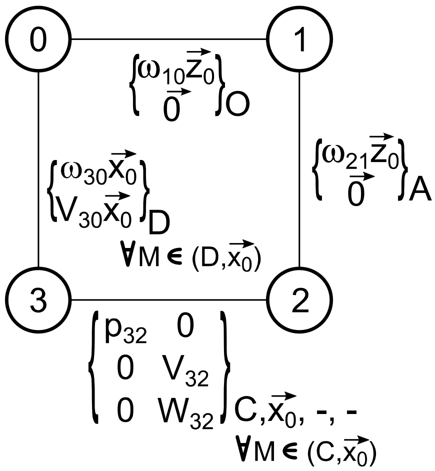
Correction Exercice 1b : Pompe à piston

1. Correction analyse cinématique

Par la cinématique

Les torseurs cinématiques de 3/0 et 3/2 sont invariants en O, C et D puisque le vecteur rotation est sur $\overrightarrow{x_0}$, comme $\overrightarrow{OD}$, $\overrightarrow{OC}$ et $\overrightarrow{DC}$.



Remarque : $\overrightarrow{\Omega_{10}} = \omega_{10}\overrightarrow{z_0} == \mathring{\theta}\,\overrightarrow{z_0}$

Le point de fermeture le plus simple est donc O, on ne devra réduire que le torseur {V21}.

$$\overrightarrow{\Omega_{30}} = \overrightarrow{\Omega_{32}} + \overrightarrow{\Omega_{21}} + \overrightarrow{\Omega_{10}}$$

$$\overrightarrow{V(O,3/0)} = \overrightarrow{V(O,3/2)} + \overrightarrow{V(O,2/1)} + \overrightarrow{V(O,1/0)}$$

$$\omega_{30}\overrightarrow{x_0} = p_{32}\overrightarrow{x_0} + \omega_{21}\overrightarrow{z_0} + \omega_{10}\overrightarrow{z_0}$$

$$\underbrace{V_{30}\overrightarrow{x_0}}_{\overrightarrow{V(O,3/0)}} = \underbrace{V_{32}\overrightarrow{y_0} + W_{32}\overrightarrow{z_0}}_{\overrightarrow{V(O,3/2)}} + \underbrace{\vec{0} + \overrightarrow{OA} \wedge \omega_{21}\overrightarrow{z_0}}_{\overrightarrow{V(O,2/1)}} + \underbrace{\vec{0}}_{\overrightarrow{V(O,1/0)}}$$

$$V_{30}\overrightarrow{x_0} = V_{32}\overrightarrow{y_0} + W_{32}\overrightarrow{z_0} + e\overrightarrow{x_1} \wedge \omega_{21}\overrightarrow{z_0} = V_{32}\overrightarrow{y_0} + W_{32}\overrightarrow{z_0} - e\omega_{21}\overrightarrow{y_1}$$

En projetant dans le repère R_0 :

$\omega_{30} = p_{32}$	$V_{30} = e\omega_{21}\sin\theta$	$N_c = 7$ inconnues ; $E_c = 6$ équations
$0 = 0$	$0 = V_{32} - e\omega_{21}\cos\theta$	$r_c = 5$ équations utiles
$0 = \omega_{21} + \omega_{10}$	$0 = W_{32}$	On pourra donc déterminer 5 inconnues à partir des deux autres, il y a donc deux mobilités.

$\omega_{30} = p_{21}$: mobilité dite "interne", le piston peut tourner librement sur lui même

lois E/S : $\omega_{21} = -\omega_{10}$; $\boxed{V_{30} = -e\omega_{10}\sin\theta}$; $\boxed{V_{32} = -e\omega_{10}\cos\theta}$; $W_{32} = 0$

Par la géométrie

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow e\overrightarrow{x_1} + a\overrightarrow{x_0} = X\overrightarrow{x_0} + Y\overrightarrow{x_0}$$

En projetant dans le repère R_0 : $\begin{aligned} e\cos\theta + a &= X \\ e\sin\theta &= Y \end{aligned}$

$$\overrightarrow{V(C,3/0)} = \frac{d\underset{\in 0\ \in 3}{\overrightarrow{OC}}}{dt} = \frac{d\left(X\overrightarrow{x_0}\right)}{dt} = \mathring{X}\overrightarrow{x_0} = -e\mathring{\theta}\sin\theta\overrightarrow{x_0} \qquad \text{on retrouve } V_{30} = -e\mathring{\theta}\sin\theta$$

$$\overrightarrow{V(C,3/2)} = \frac{d\underset{\in 2\ \in 3}{\overrightarrow{BC}}}{dt} = \frac{d\left(-Y\overrightarrow{y_0}\right)}{dt} = -\mathring{Y}\overrightarrow{y_0} = -e\mathring{\theta}\cos\theta\overrightarrow{y_0} \qquad \text{on retrouve } V_{32} = -e\mathring{\theta}\cos\theta$$

2. Correction code python

```
import numpy as np ; import matplotlib.pyplot as plt
# paramètres d'entrée moteur lent : vitesse tr/mn, excentricité, nbre pistons, rayon
piston
N=600;e=0.01;n=5;r=0.02;w=N*np.pi/30

# temps et angle pour 2 tours avec un pas de calcul de 2°
t=np.arange(0,120/N,120/N/720) # plage temps pour 2 tour
theta=np.arange(0,4*np.pi,4*np.pi/720) # plage theta de 4 pi = 2 tours
debit=np.linspace(0,0,720) # initialisation du debit

# débit pour un piston = vitesse x surface
for i in range(1,n+1): # calcul pour chaque piston (et i varie de 1 à 5)
      deb=e*w*np.sin(theta+2*(i-1)*np.pi/n)*np.pi*r**2 # débit = vitesse x surface
      for j in range(0,720): # suppression des débit négatifs
            if deb[j]<0 :
                  deb[j]=0
      debit=debit+deb # somme des débits de chaque piston
      plt.plot(t, deb, label=str(i)) # tracé de la courbe pour un piston et label
      plt.xlabel("t (s)") # légende abscisse
      i=i+1

irreg=round(np.max(debit)-np.min(debit),9) # calcul de l'irrégularité cyclique
print("L'irrégularité cyclique vaut : ",irreg," m3") # affichage de la valeur de
l'irrégularité
plt.plot(t, debit, label="Q(m3/s)") # Tracé du débit total
plt.title("débit par piston et débit total avec une irrégularité de "+str(irreg)+"
m3") # titre
plt.legend() ; plt.grid(True) ; plt.show() # affichage de la fenêtre
```

On a finalement au minimum 2 et au maximum 3 pistons alimentés ensembles.

Remarques :

- On retrouve un débit moyen = cylindrée (m^3) × N_{10} (trs/s) = 0.00125 m^3/s,
- L'irrégularité cyclique caractérise l'amplitude de variation du débit total instantané.