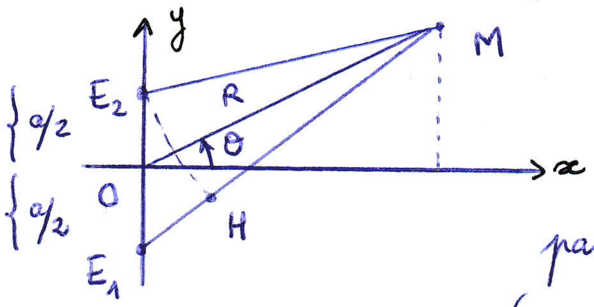
EXERCICE : Interférences ultrasonores



1) Distance interfrange :

a) E_1H est la distance supplémentaire parcourue par l'onde pour arriver jusqu'à E_1.
(ou ≠ de distance parcourue par les 2 ondes)

$$\boxed{E_1H = \delta = E_1M - E_2M}$$

b) $E_1M = \begin{pmatrix} x_M - x_{E_1} \\ y_M - y_{E_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y + \frac{a}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R\cos\theta \\ R\sin\theta + \frac{a}{2} \end{pmatrix}$

$$E_1M^2 = R^2\cos^2\theta + \left(R\sin\theta + \frac{a}{2}\right)^2 = R^2\cos^2\theta + R^2\sin^2\theta + \frac{a^2}{4} + Ra\sin\theta$$
$$= R^2\underbrace{(\cos^2\theta + \sin^2\theta)}_{1} + \frac{a^2}{4} + Ra\sin\theta$$

$$\boxed{E_1M = R\sqrt{1 + \frac{a\sin\theta}{R} + \frac{a^2}{4R^2}}}$$

De même $E_2M = \begin{pmatrix} R\cos\theta \\ R\sin\theta - \frac{a}{2} \end{pmatrix}$ $\boxed{E_2M = R^2\sqrt{1 - \frac{a\sin\theta}{R} + \frac{a^2}{4R^2}}}$

(ou encore $\overrightarrow{E_2M} = \overrightarrow{E_2O} + \overrightarrow{OM}$ $E_2M^2 = ---$)

c) On admet $\sqrt{1+\varepsilon} \sim 1 + \frac{1}{2}\varepsilon$ pour $\varepsilon \ll 1$.

$$E_1H = E_1M - E_2M \simeq R\left(1 + \frac{a\sin\theta}{2R} + \frac{a^2}{8R^2}\right) - R\left(1 - \frac{a\sin\theta}{2R} + \frac{a^2}{8R^2}\right)$$

car $\varepsilon = \frac{a\sin\theta}{R} + \frac{a^2}{4R^2} \ll 1$ car $a \ll R$.

d'où $\boxed{E_1H \simeq a\sin\theta}$

(ou astuce autre : $E_1M^2 - E_2M^2 = 2aR\sin\theta$
puis on écrit $E_1M^2 - E_2M^2 = (E_1M - E_2M)\underbrace{(E_1M + E_2M)}_{\simeq 2R}$ idem)

d'où le déphasage : $\boxed{\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \times \delta = \frac{2\pi}{\lambda} a\sin\theta}$

d) Les interférences constructives sont obtenues pour

$$\Delta\varphi = 2\pi p \quad \text{avec} \quad p \in \mathbb{Z}$$

soit $p = \dfrac{a \sin\theta}{\lambda}$

Calculons les 1ères valeurs de θ pour $p = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$

$$\sin\theta = \frac{p\lambda}{a} = p \times \frac{8{,}5.10^{-3}}{4.10^{-2}}$$

p	0	± 1	± 2
θ	0	$\pm 12°$	$\pm 25°$

2) Minima d'amplitude : a) Ils ont lieu pour des interférences destructives cad $\Delta\varphi = \pi + 2p\pi \quad p \in \mathbb{Z}$

soit $\pi + 2p\pi = \dfrac{2\pi}{\lambda} a \sin\theta$

$(1 + 2p) = \dfrac{2}{\lambda} a \sin\theta \qquad \sin\theta = (1+2p)\dfrac{\lambda}{2a} = \dfrac{\lambda}{a}\left(p + \dfrac{1}{2}\right)$

p	0	1	-1	-2
θ	6,1°	18,6°	-6,1°	-18,6°

b) Si les ondes reçues ont même amplitude, l'amplitude résultante est nulle.

c) Défauts qui peuvent expliquer des ≠ d'amplitude :

- géné ≠
- parasites extérieurs
- taille du récepteur non "ponctuel" qui moyenne sur une étendue où l'intensité ne sera pas nulle.

3) Inversion de phase : d'un émetteur (déphasage de π) :

a) Sur l'axe Ox $E_1M = E_2M$ donc la distance n'est pas source de déphasage ⇒ les interférences sont donc destructives.

b) On échange les lieux des min et des max

c) Si on inverse aussi l'autre signal : on revient au 2) !