

PCSI – DS7 – 2h

Présentation

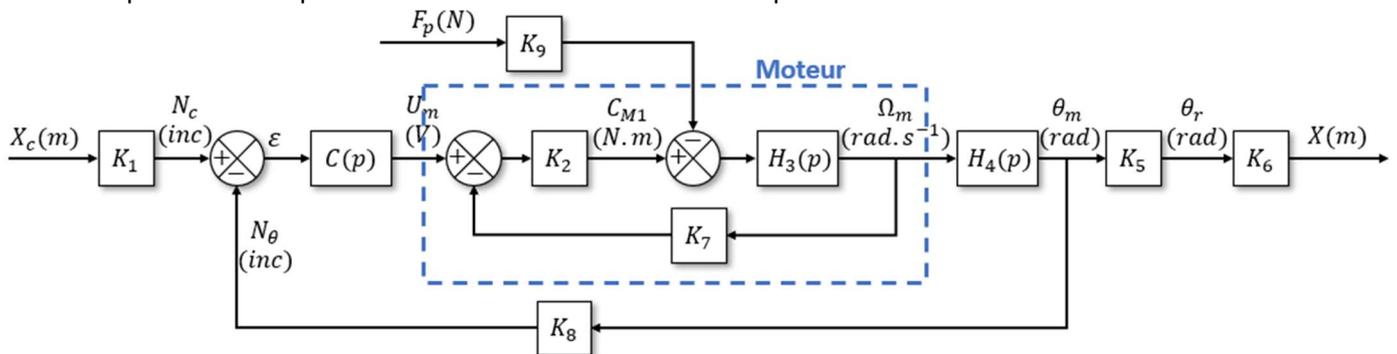
La machine de rééducation SYS-REEDUC est issue d'un projet régional entre différents laboratoires de recherche : le CReSTIC (Centre de Recherche en Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication) de Reims et le CRITT-MDTS (Centre Régional d'Innovation et de Transfert de Technologie) de Charleville-Mézières. L'objectif de ce projet était de réaliser un système capable d'évaluer et d'aider à la rééducation des membres inférieurs



L'objectif est de modéliser l'asservissement du système, puis de paramétrer le correcteur pour répondre aux exigences du cahier des charges.

Le système est composé d'un générateur de consigne, qui à partir de la mesure de l'action du patient et de la mesure des paramètres du système, va générer la consigne adéquate pour piloter le système. Nous n'étudierons pas la partie 'générateur de consigne' mais uniquement le système asservi piloté par celui-ci. L'asservissement en déplacement longitudinal a pour consigne de déplacement X_c (en mètres). Ce déplacement est transformé en un nombre d'incrément de consigne N_c à l'aide d'un convertisseur analogique/numérique. Ce nombre d'incrément de consigne N_c est comparé à l'image N_θ du déplacement angulaire du moteur θ_m , obtenu avec le codeur incrémental, pour former un écart noté ε . Cet écart est ensuite adapté à l'aide d'un correcteur pour former la tension moteur U_m (en volts). Le moteur tourne ensuite à une vitesse Ω_m (en radians par seconde), la position angulaire est notée θ_m (en radians). Cette position angulaire est réduite à l'aide d'un réducteur et on note θ_r l'angle de l'axe de sortie du réducteur, qui est lié à un dispositif poulie-courroie entraînant le support, dont on note le déplacement X .

Une étude préliminaire a permis d'établir le schéma bloc suivant pour l'asservissement



Modélisation des blocs

L'ensemble moteur CC

Les équations comportementales du moteur sont rappelées ci-dessous

$$u_m(t) = e(t) + R \cdot i(t) \quad [1]$$

$$e(t) = k \cdot \omega_m(t) \quad [2]$$

$$C_{M1}(t) = k \cdot i(t) \quad [3]$$

D'autre part, une étude dynamique a abouti après linéarisation à l'équation différentielle suivante

$$M_{eq}(r\rho_1)^2 \frac{d\omega_m}{dt} = C_{M1} - r\rho_1 F_p \quad [4]$$

On se place dans les conditions de Heaviside

Q1. À partir des équations, déterminer les fonctions de transfert K_2 , $H_3(p)$, K_7 et K_9 .

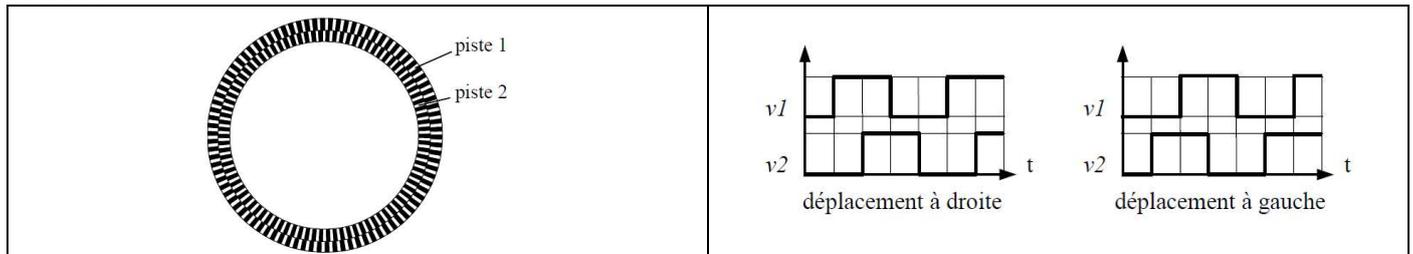
Détermination des autres fonctions de transfert

Bloc $H_4(p)$

Q2. Donner la fonction de transfert $H_4(p)$.

Codeur incrémental

Le codeur incrémental utilisé possède 2 pistes et 500 fentes équiréparties : la taille des blancs et des noirs est la même. Les deux pistes sont déphasées d'un quart de fente. Les signaux renvoyés par le codeur sont donnés sur les figures ci-dessous.

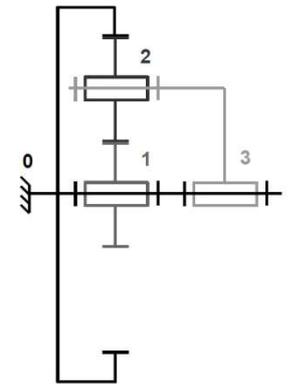


Q3. A partir de l'allure des signaux, sachant que l'on fait une mesure sur chaque front montant et front descendant des deux voies, déterminer le nombre d'incrément mesurables par tour en fonction du nombre de fentes. En déduire la fonction de transfert K_8 .

Réducteur

On veut un réducteur de rapport de $\rho_1 = \frac{1}{10}$.

On choisit une architecture de réducteur définie par le schéma cinématique ci-contre. On note Z_0, Z_1 et Z_2 les nombres de dents respectifs des pignons liés à 0, 1 et 2.



- Q4.** Déterminer la relation entre les vitesses de rotation ω_{10} et ω_{30} en fonction de Z_0 et Z_1 .
- Q5.** Les solides 1 et 3 du réducteur sont liés soit à l'axe moteur, soit à l'axe de la poulie. Définir en le justifiant quel solide est relié à quel axe.
- Q6.** Sachant que $Z_1 = 10 \text{ dents}$, déterminer les nombres de dents Z_0 et Z_2 permettant de respecter le rapport de réduction du système.
- Q7.** Déterminer la fonction de transfert K_5 .

Dispositif poulie-courroie

Les deux poulies sont de même dimension, le rayon est noté $r = 46,1 \text{ mm}$.

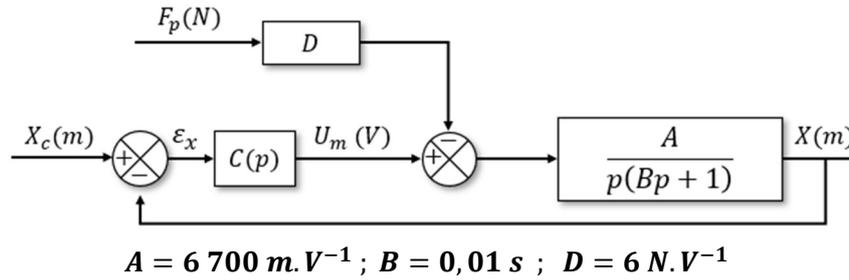
Q8. Déterminer la fonction de transfert K_6 .

Convertisseur analogique/numérique

Q9. Déterminer l'expression de la fonction de transfert K_1 en fonction de K_8, K_5 et K_6 permettant d'obtenir un asservissement de X sur la consigne X_c .

Vérification des performances de l'asservissement

Nous avons modélisé l'ensemble des fonctions de transfert du système et nous nous proposons maintenant de vérifier les performances du cahier des charges. On peut montrer que le schéma bloc de l'asservissement peut se mettre sous la forme



Le cahier des charges de cet asservissement impose

Précision	Écart statique nul pour une entrée en échelon Écart pour une perturbation en échelon	Nulle Nulle
Rapidité	Pulsation de coupure à 0dB Temps de réponse pour une entrée en échelon	$\omega_{0dB} = 50\text{ rad.s}^{-1}$ $t_{5\%} < 0,2\text{ s}$
Stabilité	Marge de gain Marge de phase	$M_G > 7\text{ dB}$ $M_\varphi > 45^\circ$

Correction proportionnelle

On suppose que $C(p) = K_c$.

- Q10.** Exprimer ε_x en fonction des deux entrées F_p et X_c et des constantes A, B, D et K_c .
- Q11.** Déterminer l'écart de position ε_0 en réponse à deux échelons d'intensité F_0 pour la force du patient et X_0 pour le déplacement. Conclure quant au respect du cahier des charges.

Correction proportionnelle intégrale

On suppose maintenant que

$$C(p) = K_i \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$$

- Q12.** Exprimer ε_x en fonction des deux entrées F_p et X_c et des constantes A, B, D, K_i et T_i .
- Q13.** Déterminer l'écart de position ε_0 en réponse à deux échelons d'intensité F_0 pour la force du patient et X_0 pour le déplacement. Conclure quant au respect du cahier des charges.
- Q14.** Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte du système $FTBO(p)$.
- Q15.** Déterminer la valeur T_i permettant d'assurer marge de phase du cahier des charges à la pulsation de coupure souhaitée.
- Q16.** Déterminer K_i permettant d'assurer $\omega_{0dB} = 50\text{ rad.s}^{-1}$.

Quelque soient les résultats trouvés, on prend pour la suite

$$T_i = 0,06\text{ s} ; K_i = 0,008$$

- Q17.** Tracer l'allure des diagrammes de Bode asymptotiques et réels de la FTBO corrigée. Conclure sur le critère de la marge de gain.

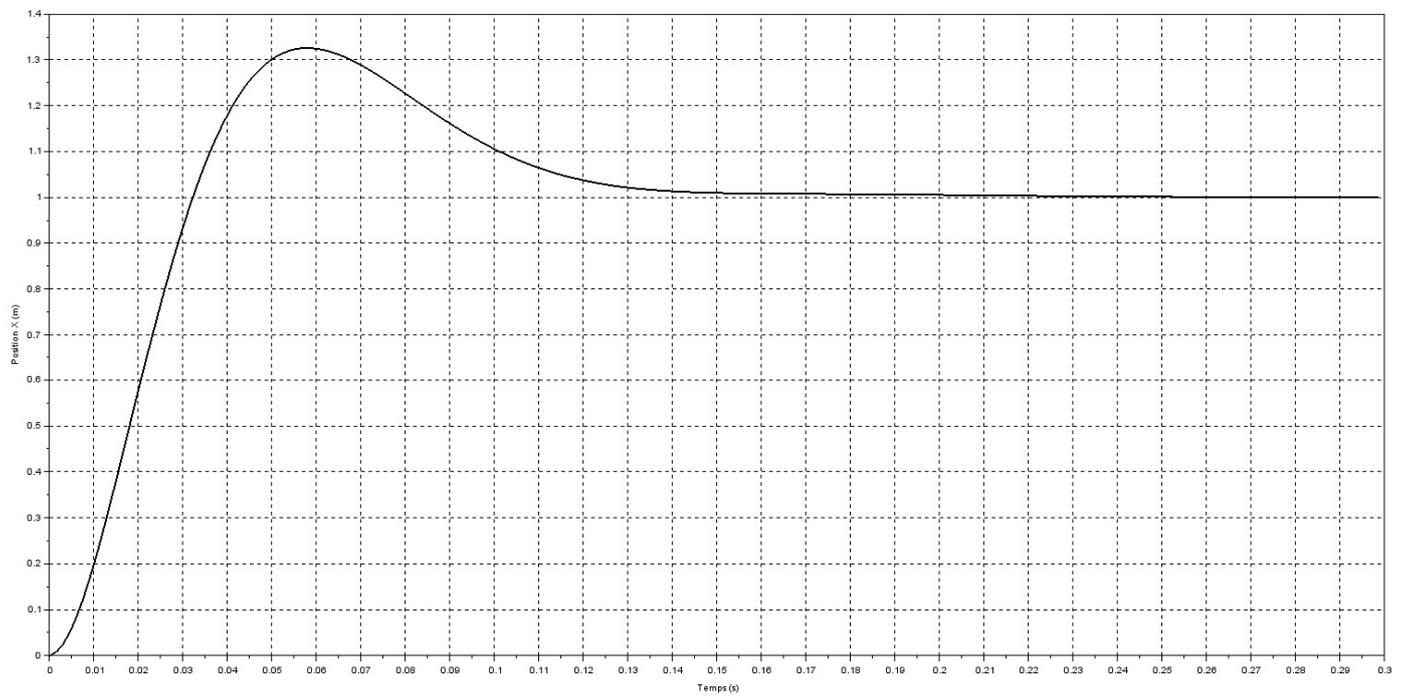
On donne sur le document réponse la réponse temporelle du système à une entrée de type échelon unitaire sur le déplacement ($F_p = 0$).

- Q18.** Conclure quant au respect du cahier des charges. Faire apparaître sur le document réponse la (les) grandeur(s) mesurée(s).

Question subsidiaire (non notée).

Q19. Montrer que le schéma-bloc donné en page 1, peut réellement être mis sous la forme ci-dessous et exprimer A , B et D (constantes) en fonction des paramètres du système : r , ρ_1 , k_t , k_e , R , M_{eq} et K_8 .

Documents réponses



Réponse X pour une entrée X_c en échelon unitaire, $F_p = 0$

Diagramme de gain :

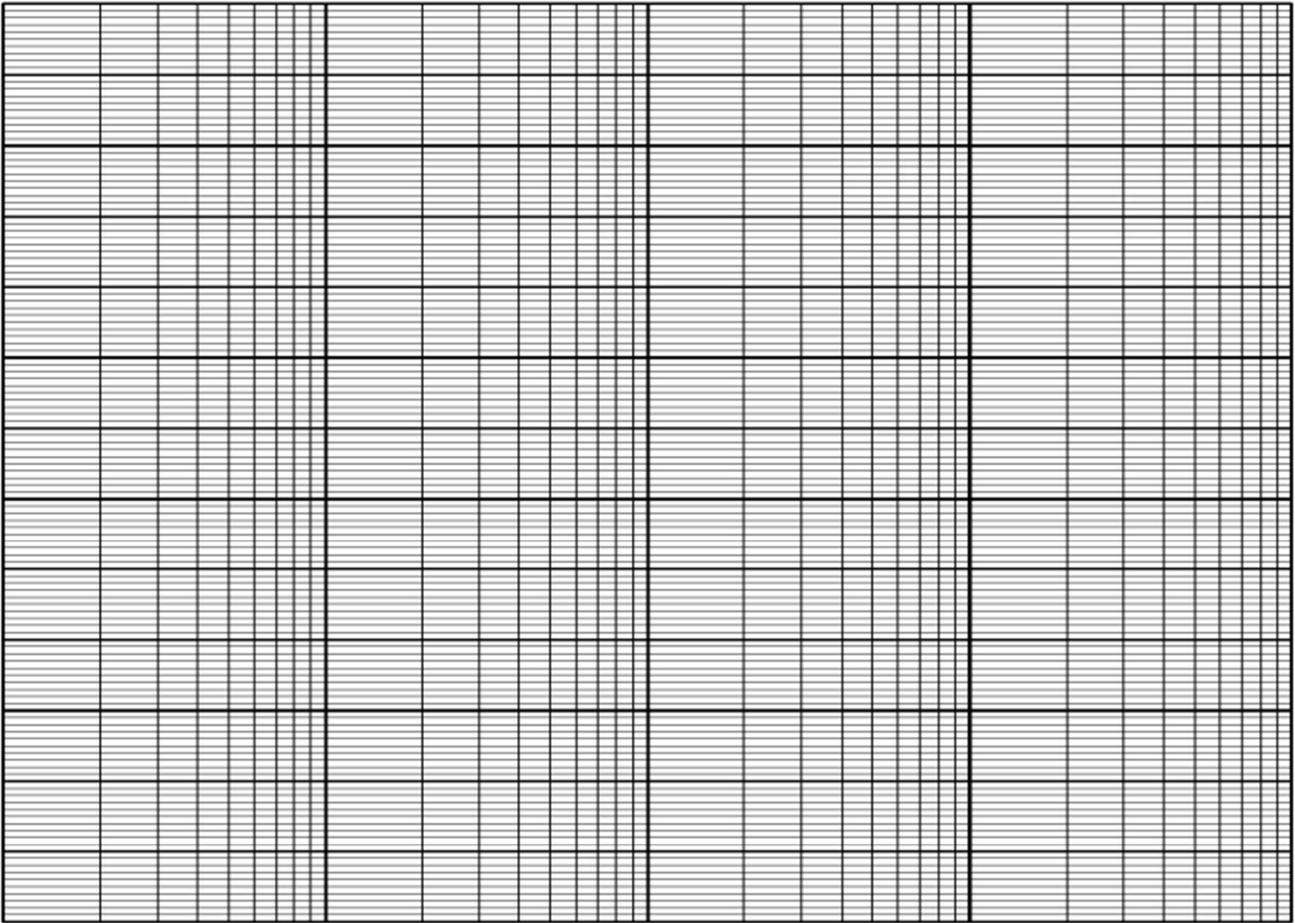


Diagramme de phase :

