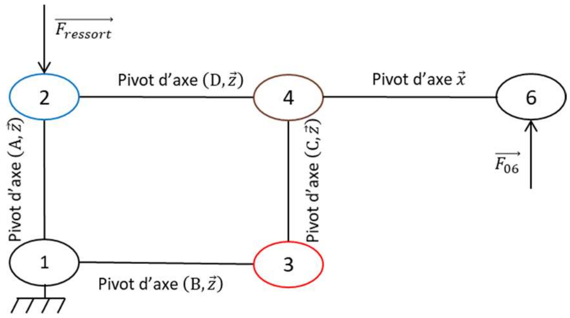
Statique analytique

1. Suspension automobile

Q.1. *Proposer un graphe d'analyse pour le système étudié.*



Q.2. *Montrer que* $Y_{43} = 0$.

On isole 3 car il est soumis à 2 action mécanique.

$$\{\mathcal{T}_{1\to3}\} = \begin{Bmatrix} X_{13} & - \\ Y_{13} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{(B,\vec{x},\vec{y},\vec{z})} , \{\mathcal{T}_{4\to3}\} = \begin{Bmatrix} X_{43} & - \\ Y_{43} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{(C,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

D'après le PFS, les résultantes de ces deux actions mécaniques sont de même norme et de sens opposée (suivant $\overrightarrow{BC}$). Donc $Y_{13} = Y_{43} = 0$ et $X_{13} = -X_{43}$.

Q.3. *Déterminer les équations obtenues en appliquant le P.F.S à l'ensemble* **4 + 6** *au point* D.

On isole $\{4 + 6\}$, BAME :

$$\{\mathcal{T}_{3\to4}\} = \begin{Bmatrix} -X_{43} & - \\ 0 & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{(C,\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = \begin{Bmatrix} -X_{43} & - \\ 0 & - \\ - & -aX_{43} \end{Bmatrix}_{(C,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

$$, \{\mathcal{T}_{0\to6}\} = \begin{Bmatrix} 0 & - \\ F_{06} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{(K,\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = \begin{Bmatrix} 0 & - \\ F_{06} & - \\ - & (c+e)F_{06} \end{Bmatrix}_{(D,\vec{x},\vec{y},\vec{z})} ,$$

$$\{\mathcal{T}_{2\to4}\} = \begin{Bmatrix} X_{24} & - \\ Y_{24} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{(D,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

$$\overrightarrow{M_{D,0\to6}} = \big((c+e)\vec{x} - (a+\mu)\vec{y}\big) \wedge F_{06}\,\vec{y} = (c+e)F_{06}\,\vec{z}$$

$$\overrightarrow{M_{D,3\to4}} = (+c\vec{x} - a\vec{y}) \wedge -X_{43}\,\vec{x} = -aX_{43}\vec{z}$$

Le PFS nous donne les trois équations suivantes :

$$\begin{cases} X_{24} - X_{43} = 0 \\ F_{06} + Y_{24} = 0 \\ (c+e)F_{06} - aX_{43} = 0 \end{cases}$$

Q.4. *Montrer que* $X_{92} = 0$.

Le ressort est suivant $\overrightarrow{JH}$ (suivant $\vec{y}$ donc), alors $\overrightarrow{F_{ressort\to2}}.\vec{x} = 0 = X_{92}$

Q.5. *Déterminer les équations obtenues en appliquant le P.F.S au solide* **2** *au point* A.

BAME :

$$\{\mathcal{T}_{9\to2}\} = \begin{Bmatrix} 0 & - \\ Y_{92} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{(H,\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = \begin{Bmatrix} 0 & - \\ Y_{92} & - \\ - & LY_{92} \end{Bmatrix}_{(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

$$,\{\mathcal{T}_{4\to2}\} = \begin{Bmatrix} X_{42} & - \\ Y_{42} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{(D,\vec{x},\vec{y},\vec{z})} = \begin{Bmatrix} X_{42} & - \\ Y_{42} & - \\ - & dY_{42} \end{Bmatrix}_{(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})},$$

$$\{\mathcal{T}_{1\to2}\} = \begin{Bmatrix} X_{12} & - \\ Y_{12} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

$$\overrightarrow{M_{A,9\to2}} = (L\vec{x} - h\vec{y}) \wedge Y_{92}\,\vec{y} = LY_{92}\,\vec{z}$$

$$\overrightarrow{M_{A,4\to2}} = d\vec{x} \wedge (X_{42}\vec{x} + Y_{42}\,\vec{y}) = dY_{42}\,\vec{z}$$

Le PFS nous donne les trois équations suivantes :

$$\begin{cases} X_{42} + X_{12} = 0 \\ Y_{92} + Y_{42} + Y_{12} = 0 \\ LY_{92} + dY_{42} = 0 \end{cases}$$

Q.6. *Déterminer toutes les inconnues d'effort en fonction de F_{06}.*

En combinant les équations obtenues à la question 3 et 5 on obtient :

$$\begin{cases} Y_{24} = -F_{06} \\ X_{43} = \dfrac{(c+e)F_{06}}{a} \\ X_{24} = \dfrac{(c+e)F_{06}}{a} \\ X_{12} = \dfrac{(c+e)F_{06}}{a} \\ Y_{92} = -\dfrac{dF_{06}}{L} \\ Y_{12} = F_{06}\left(\dfrac{d}{L} - 1\right) \end{cases}$$

Q.7. *Conclure quant à la capacité de la suspension de voiture à satisfaire le niveau du critère de la fonction FS1.*

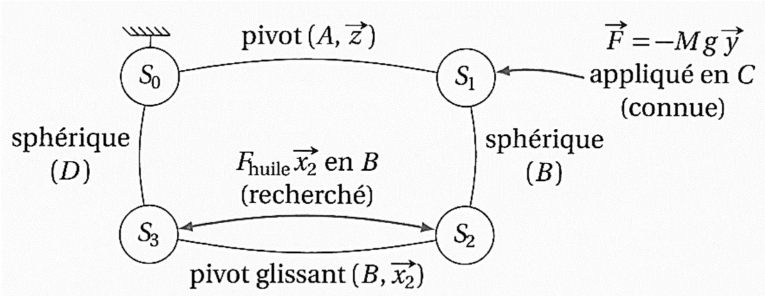
$$F_{06} = \frac{2200 * 10}{4} = 5500\ N$$

$$Y_{92} = -\frac{dF_{06}}{L} \Rightarrow k(\Delta L) = -\frac{dF_{06}}{L} \Rightarrow \Delta L = -\frac{dF_{06}}{Lk} = -\frac{0{,}25 * 5500}{0{,}15 * 100000} = -0{,}09m < -0{,}15m$$

Donc le critère est bien respecté.

Camion grue

Q.1. *Réaliser le graphe d'analyse du système. Vous préciserez les actions mécaniques connues et celles recherchées.*



Q.2. *Montrer que les torseurs des actions mécaniques dans la liaison sphérique entre S_1 et S_2 sont un glisseur de direction $\vec{x_2}$.*

On isole {2+3} :

$$\{\mathcal{T}_{0\to3}\} = \begin{Bmatrix} \vec{F}_{0\to3} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_D, \{\mathcal{T}_{1\to2}\} = \begin{Bmatrix} \vec{F}_{1\to2} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$$

Cet ensemble est soumis à deux glisseur, donc d'après le PFS, les résultantes de ces deux actions mécaniques sont de même norme et de sens opposée (suivant $\overrightarrow{BD}$). Donc $\vec{F}_{1\to2} = F_{12}\,\vec{x_2}$

Q.3. *Déterminer l'action mécanique dans la liaison sphérique en B en fonction de F et de la géométrie.*

On isole {1} :

BAME :

$$\{\mathcal{T}_{2\to1}\} = \begin{Bmatrix} -F_{12}\,\vec{x_2} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B, \quad \{\mathcal{T}_{\text{Charge}\to1}\} = \begin{Bmatrix} -Mg\vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_C, \quad \{\mathcal{T}_{0\to1}\} = \begin{Bmatrix} X_{01} & - \\ Y_{01} & - \\ - & 0 \end{Bmatrix}_{A,(-,-,\vec{z})}$$

On utilise le théorème du moment statique en A en projection sur $\vec{z}$ afin d'utiliser le 0 dans le torseur des actions mécaniques de la liaison pivot :

$$\vec{M}_{A,2\to1}.\vec{z} = \left(\overrightarrow{AB} \wedge \vec{F}_{2\to1}\right).\vec{z} = (b\,\vec{x_1} \wedge -F_{12}\,\vec{x_2}).\vec{z} = -bF_{12}\sin(\theta_2 - \theta_1)$$

$$\vec{M}_{A,char\to1}.\vec{z} = \left(\overrightarrow{AC} \wedge \vec{F}\right).\vec{z} = (c\,\vec{x_1} \wedge -Mg\,\vec{y}).\vec{z} = -c\,Mg\cos\theta_1$$

On a donc :

$$-bF_{12}\sin(\theta_2 - \theta_1) - c\,Mg\cos\theta_1 = 0$$

$$\Rightarrow F_{12} = -\frac{cMg\cos\theta_1}{b\sin(\theta_2 - \theta_1)}$$

Q.4. *Le vérin a été dimensionné pour pouvoir développer des efforts de* $\mathbf{1 \times 10^6}$ ***N***. *Conclure quant à la capacité du camion grue à satisfaire le critère de masse de la charge de la fonction FS1 dans la configuration géométrique retenue.*

En isolant le vérin {2}, l'équation de la résultante en projection sur $\vec{x_2}$ donne directement $F_{12} + F_{huile\to S_2} = 0$

Donc

$$F_{huile\to S_2} = \frac{cMg\cos\theta_1}{b\sin(\theta_2 - \theta_1)} = 5{,}57 \times 10^5\ \text{N}$$

Le critère de masse de la charge de la fonction FS1 dans la configuration géométrique retenue est validée.