

**CONCOURS COMMUNS  
POLYTECHNIQUES****EPREUVE SPECIFIQUE - FILIERE PSI**

---

**SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGENIEUR****Jeudi 5 mai : 14 h - 18 h**

---

*N.B. : le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

---

**Les calculatrices sont autorisées**

Le sujet complet comporte 20 pages dont :  
16 pages de texte de présentation, énoncé du sujet et annexes  
4 pages de document réponse à **rendre obligatoirement avec la copie.**

*Toute documentation autre que celle fournie est interdite.*

**REMARQUES PRÉLIMINAIRES**

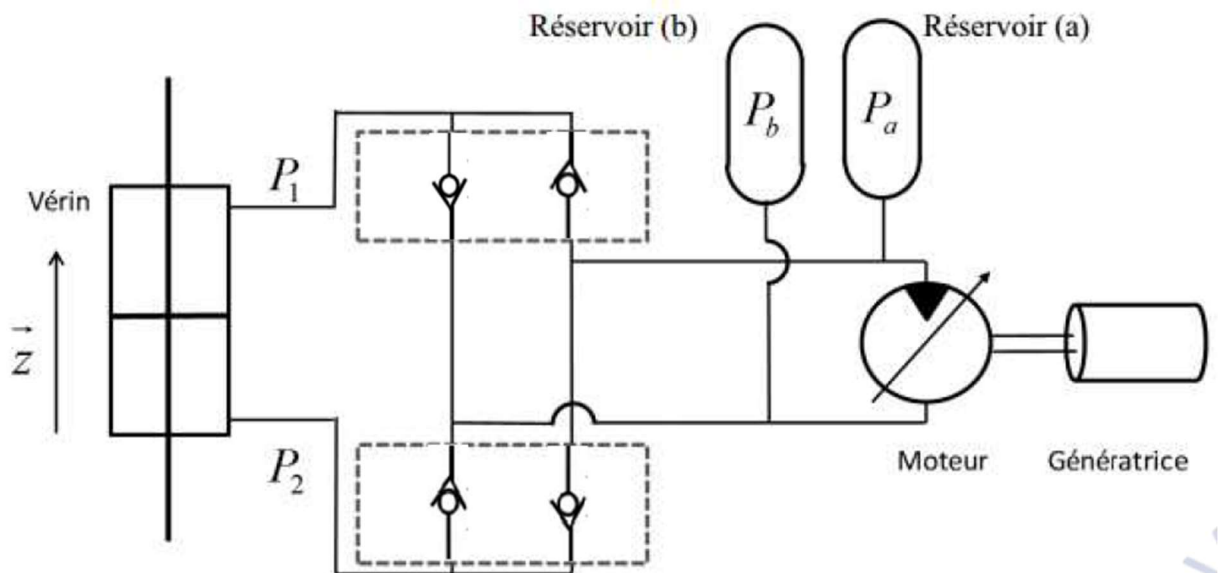
- Il est conseillé d'utiliser des feuilles de papier brouillon afin de mettre au point les développements mathématiques, schémas, graphes et courbes, avant de les recopier au propre sur la copie.
- Il est demandé au candidat de bien vouloir inscrire les résultats et les développements nécessaires aux différentes questions sur sa copie, **en précisant bien le numéro de la question traitée et, si possible, dans l'ordre des questions.** Les résultats attendus seront obligatoirement entourés.

## PAGE COUP DE POUCE

Je rappelle que la force liée à la poussée d'Archimède est le produit du volume de fluide déplacé, de la masse volumique du fluide et de l'accélération de la pesanteur.

Quelques questions sont hors programme PCSI voici les réponses pour que vous puissiez traiter les questions dépendantes. **NE PAS TRAITER CES QUESTIONS :**

- Q6 :  $(m + A)\ddot{z} + (B + C)\dot{z} + \rho g S z = f_e$  donc  $a_2 = m + a$ ,  $a_1 = B + C$  et  $a_0 = \rho g S$
- Q11 :



- Q12 : On retrouve bien ce qui est attendu. Vous considérez que la formule à la question 12 est prouvée.

Prenez le temps de voir l'intégralité du sujet et de repérer les questions qui vous conviennent et celles qui vont vous poser problème.

# Bouée houlomotrice

## 1 Présentation du contexte

La houle est constituée de vagues successives nées de l'effet du vent à la surface de la mer et pouvant parfois se propager sur de très longues distances. Il s'agit d'une forme concentrée de l'énergie du vent, elle-même issue de l'énergie solaire, c'est donc une énergie renouvelable dont le potentiel n'est actuellement quasiment pas exploité.

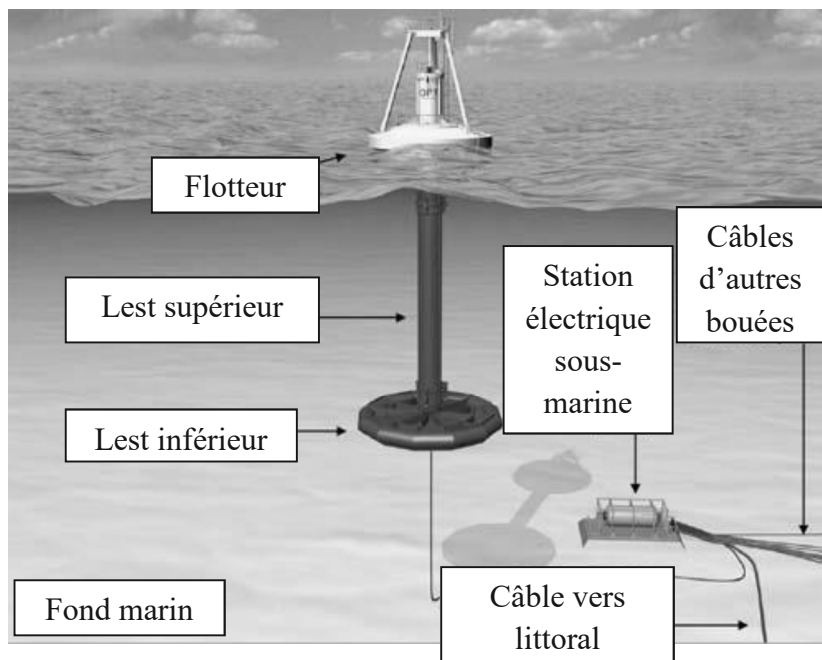


Figure 1 - Principe des bouées de type « Powerbuoy »

L'énergie produite à partir de la houle est appelée houlomotrice (ou énergie des vagues). Cette énergie est le plus souvent transformée en énergie électrique.

Différents dispositifs pour exploiter cette énergie sont en développement. Même si certains d'entre eux font l'objet d'une commercialisation, aucun n'a réellement atteint le stade de la maturité industrielle, contrairement au domaine de l'énergie éolienne ou solaire.

Le dispositif étudié est une bouée houlomotrice de type « Powerbuoy » (figure 1). Il s'agit d'une structure flottante constituée :

- d'un lest, composé de deux parties (lest inférieur et lest supérieur), partie immergée fixe (ou peu mobile) grâce à un système de mouillage (amarrage) au fond marin (non représenté) ;
- d'un flotteur, partie émergente flottante pouvant coulisser verticalement par rapport au lest.

Celui-ci capte l'énergie de la houle en suivant les déplacements verticaux de la surface de la mer, ce qui permet de produire de l'énergie électrique.

Les bouées houlomotrices sont généralement déployées par groupe allant jusqu'à une dizaine d'unités constituant ainsi des "fermes marines" (figure 2). Celles-ci partagent le système d'amarrage des lests ainsi qu'une station sous-marine qui permet de collecter l'énergie électrique produite et de l'envoyer au réseau électrique à terre par l'intermédiaire d'un câble sous-marin.

Le diagramme SysML des cas d'utilisation en annexe 1a, page 15 permet de mettre en évidence deux configurations que doit adopter la bouée houlomotrice :

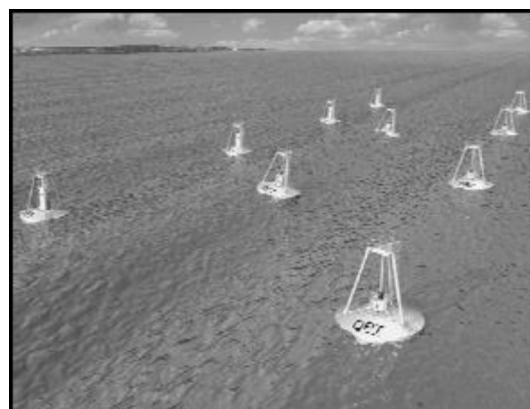
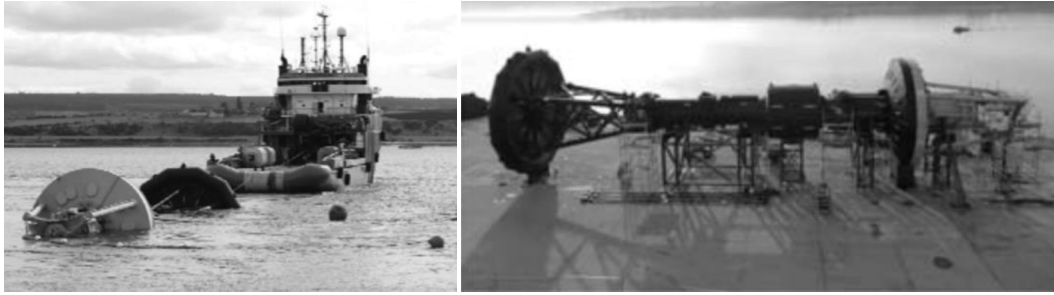


Figure 2 - Ferme marine

- une configuration verticale, avec le lest inférieur complètement immergé, en phase de production d'énergie ;

- une configuration horizontale (**figure 3**), avec le lest inférieur partiellement immergé, en phase d'installation sur zone de production et de retour à terre pour maintenance, par simple remorquage.

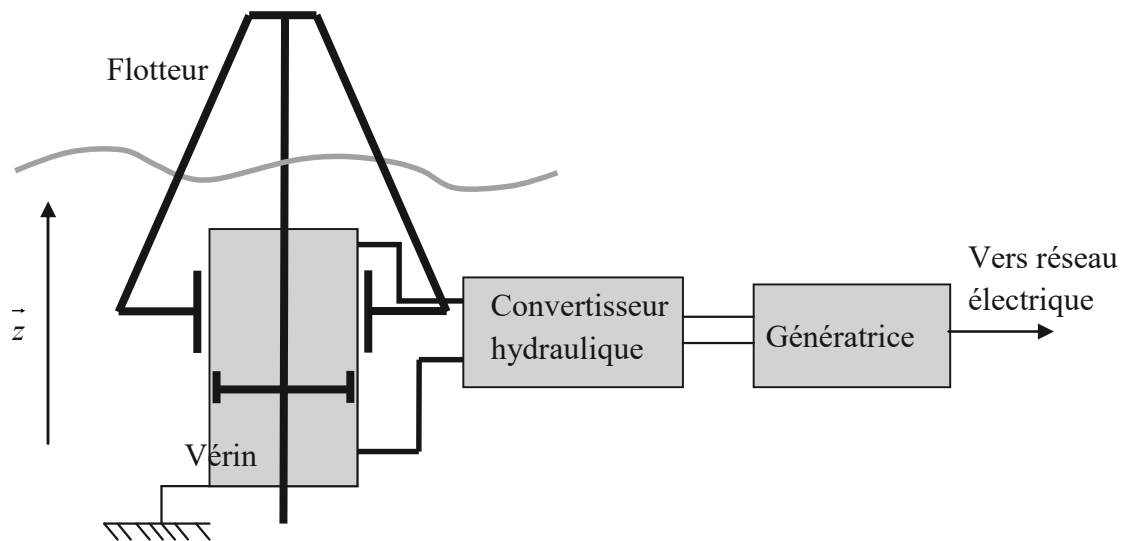


**Figure 3** - Configuration horizontale pour maintenance et transport

## 2 Description du système

Le système d'absorption d'énergie est constitué de deux principaux sous-ensembles représentés sur les **figure 1** et **figure 4** :

- un lest immergé incluant le dispositif de conversion d'énergie ; ce lest est amarré au fond marin par des câbles ;
- un flotteur en partie immergé, lié au lest par un ensemble de liaisons ne permettant qu'une translation selon la direction  $\vec{z}$ .



**Figure 4** - Principe de fonctionnement du système houlomoteur

Le mouvement de la houle provoque le déplacement du flotteur par rapport au lest. Cette translation entraîne le système de conversion d'énergie en provoquant le déplacement d'un vérin hydraulique dont le corps est lié au lest et dont la tige et le piston sont liés au flotteur. L'énergie hydraulique ainsi générée est convertie en énergie mécanique puis électrique par un moteur hydraulique entraînant une génératrice électrique. Cette dernière doit produire une énergie électrique pouvant être directement distribuée au réseau électrique selon les spécifications définies dans le diagramme SysML des exigences fourni en **annexe 1b, pages 15 et 16**.

### 3 Etude du cas d'utilisation : "Installer sur zone de production et entretenir"

Pour passer de la configuration horizontale (phase de remorquage) à la configuration verticale (phase de production d'énergie houlomotrice), un système de ballasts est actionné au niveau inférieur du lest. En configuration remorquage, ceux-ci sont vides et assurent un équilibre de la bouée, à demie immergée, en position horizontale (**figure 5**). En configuration production d'énergie, ils sont partiellement remplis d'eau et assurent un équilibre du lest en position verticale en le laissant émerger de 4 m (**figure 6**).

On se propose dans cette partie d'analyser ces deux configurations d'équilibre afin de valider la capacité des ballasts. Seule la poussée d'Archimède sera prise en compte pour les actions de l'eau.

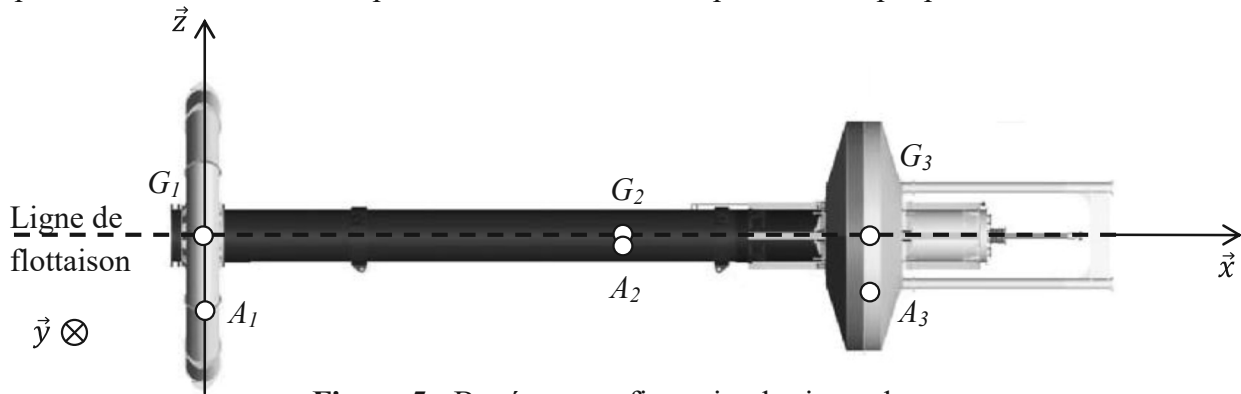


Figure 5 - Bouée en configuration horizontale

#### Hypothèses et données (figure 5) :

- la masse volumique de l'eau de mer est  $\rho = 1\,025 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  ;
- l'accélération de la pesanteur est  $\vec{g} = -9,81 \cdot \vec{z}$  (en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ) ;
- on considère que la bouée se compose de 3 parties détaillées ci-dessous.
  - La partie inférieure du lest, de centre de gravité  $G_1$ , de masse  $m_1 = 35$  tonnes et de volume  $V_1 = 123,15 \text{ m}^3$ , contenant le système de ballasts de volume  $V_b = 30,00 \text{ m}^3$ .
  - La partie supérieure du lest, de centre de gravité  $G_2$  tel que  $\overrightarrow{G_1 G_2} = 21,52 \cdot \vec{x}$  (en m), de masse  $m_2 = 120$  tonnes et de volume  $V_2 = 62,20 \text{ m}^3$ , qui sera assimilée à un cylindre de diamètre  $d_2 = 1,5$  m et de hauteur  $h_2 = 35,2$  m.
  - Le flotteur, de centre de gravité  $G_3$  tel que  $\overrightarrow{G_1 G_3} = 31,60 \cdot \vec{x}$  (en m), de masse  $m_3 = 25$  tonnes et de volume  $V_3 = 165,87 \text{ m}^3$ .

#### 3.1 Etude en configuration remorquage

On considère que la bouée est en configuration horizontale (**figure 5**) à demie immergée, et que les poussées d'Archimède sur les trois parties de la bouée s'appliquent respectivement en  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_3$  tels que :  $\overrightarrow{G_1 A_1} = l_1 \cdot \vec{z}$  ;  $\overrightarrow{G_2 A_2} = l_2 \cdot \vec{z}$  et  $\overrightarrow{G_3 A_3} = l_3 \cdot \vec{z}$ .

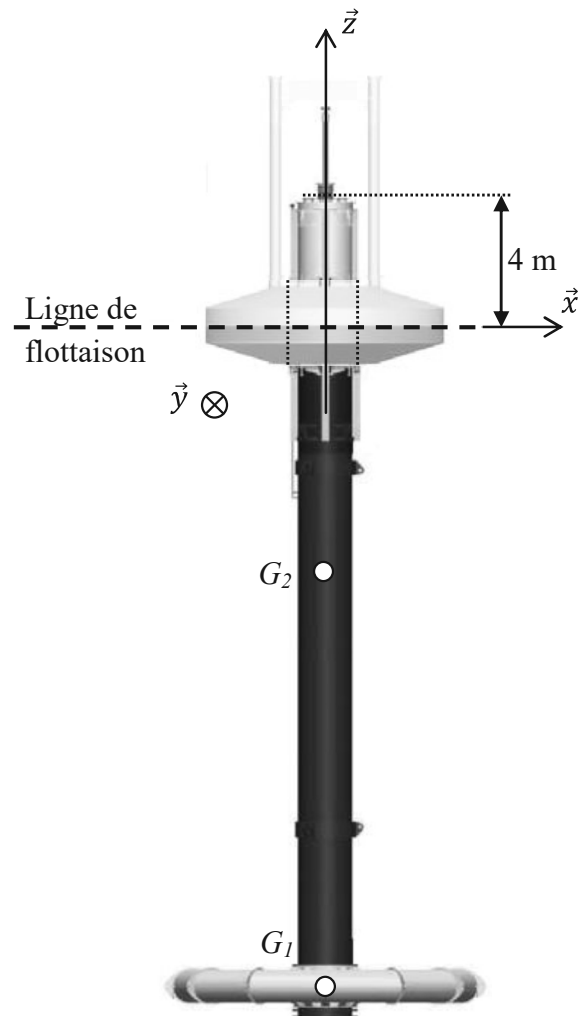


Figure 6 - Bouée en configuration verticale

**Q1.** Etablir le bilan des actions mécaniques extérieures s'appliquant sur la bouée. On exprimera les différents torseurs d'actions mécaniques en  $G_I$ .

**Q2.** Valider le fait que dans cette configuration la bouée est complètement en équilibre.

### 3.2 Etude en configuration production d'énergie

On considère à présent que la bouée est en configuration verticale et que le lest émerge de 4 m (**figure 6**). Dans cette configuration, on a alors  $\overrightarrow{G_1 G_2} = 21,52 \cdot \vec{z}$  (en m).

Lors de la production d'énergie, le flotteur peut se translater par rapport au lest, c'est donc l'équilibre du lest seul que l'on doit étudier. On modélisera l'action du flotteur sur le lest comme celle transmissible par une liaison glissière de direction verticale  $\vec{z}$ .

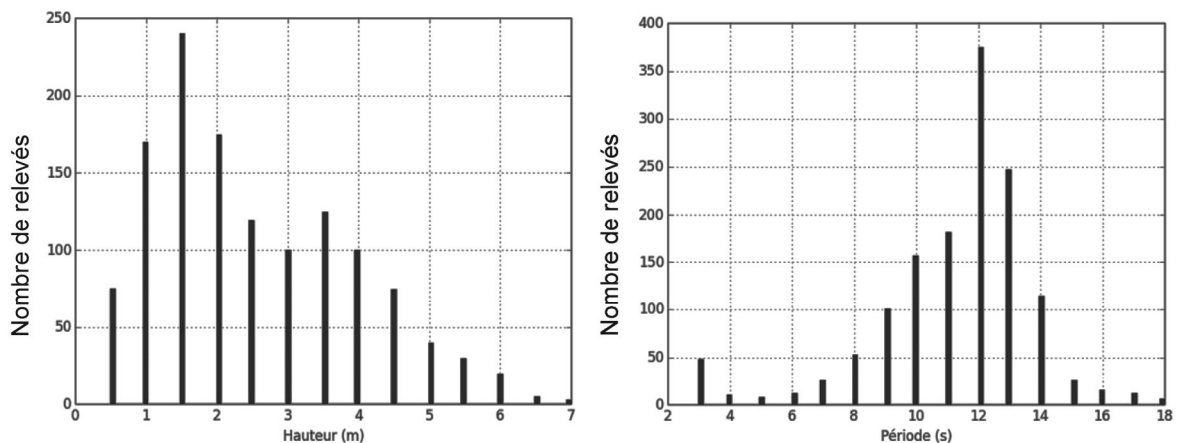
**Q3.** En étudiant le volume immergé du lest, déterminer la poussée d'Archimède s'appliquant sur ce dernier.

**Q4.** En étudiant l'équilibre du lest, déterminer quel est le volume d'eau remplissant les ballasts. Comparer ce volume à la capacité maximale de ces derniers.

## 4 Etude du cas d'utilisation : "Recevoir de l'énergie électrique produite à partir de l'énergie houlomotrice"

### 4.1 Identification des caractéristiques du site de production

Le développement de ce système en zone atlantique nord nécessite une étude préalable des périodes (ou fréquences) et des hauteurs de houle caractéristiques de la zone d'implantation de la ferme houlomotrice. Les diagrammes de la **figure 7** présentent la répartition de 1 480 relevés pour le mois d'octobre.



**Figure 7** – Répartition des relevés de la hauteur et de la période de houle du mois d'octobre

**Q5.** En considérant le système houlomoteur comme un filtre dans le domaine fréquentiel, donner la bande passante :  $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$  (en  $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ ) du système afin qu'il capte convenablement la houle correspondant à 50 relevés au moins. Préciser la pulsation dominante  $\omega_n$ .

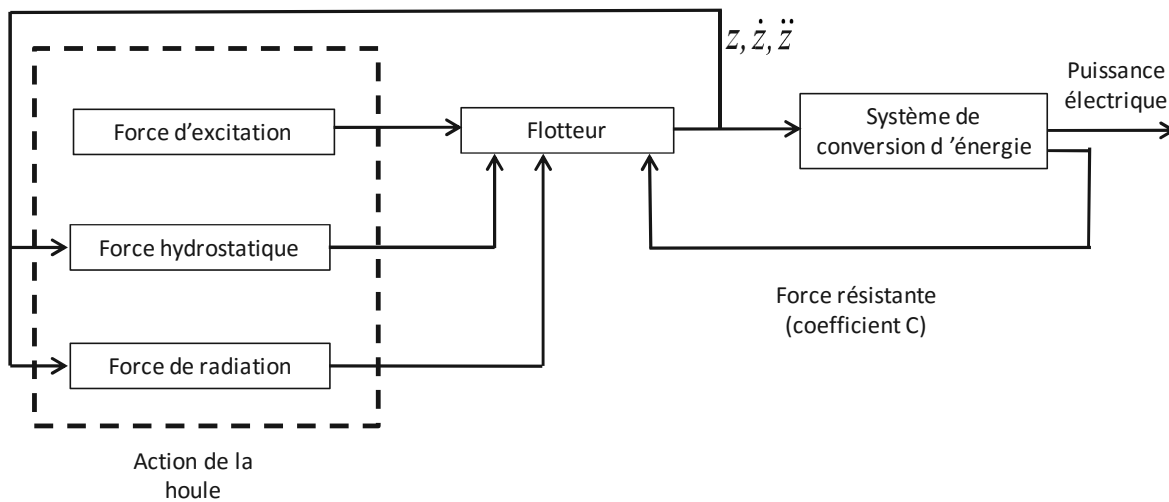
Durant la conception du système les quatre configurations de houle présentées dans le **tableau 1, page 6** ont été retenues comme étant représentatives des phases de production d'énergie. Les puissances inférieures à l'état 1 seront généralement insuffisantes à la production d'énergie. Les amplitudes de houle supérieures à 4 mètres conduiront à une mise en sécurité du système.

Configurations de houle	Hauteur H (m)	Période T (s)	Puissance maximale (kW)
Etat 1	1,0	8,0	13,5
Etat 2	2,0	10,0	67,3
Etat 3	3,0	12,0	181,7
Etat 4	4,0	14,0	376,9

**Tableau 1** - Paramètres associés aux états représentatifs des phases de production d'énergie

## 4.2 Démarche de modélisation multiphysique

Afin d'identifier et de valider les paramètres permettant au système de capter l'énergie houlomotrice, une modélisation complète multiphysique de l'ensemble est nécessaire. Le schéma de principe du modèle est donné **figure 8**.



**Figure 8** - Modèle multiphysique

On modélisera dans un premier temps le comportement hydrodynamique du flotteur sous l'effet de la houle afin de valider sa capacité à capter et transmettre l'énergie de manière optimale au système de conversion d'énergie.

On modélisera dans un second temps le système de conversion d'énergie afin de vérifier et d'optimiser les paramètres influant sur la quantité d'énergie produite.

Les modèles de comportement du flotteur et du système de conversion d'énergie sont liés par l'action résistante appliquée par le dispositif de conversion sur la bouée. Un modèle multiphysique (**figure 8**) liant les deux modèles précédents sera utilisé pour les simulations du comportement global du système.

## 4.3 Modélisation hydrodynamique et validation des dimensions du flotteur

**Hypothèses et données (figure 4, page 3 et tableau 2, page 7) :**

- sous l'effet de la houle, le flotteur est animé d'un mouvement de translation selon la direction verticale  $\vec{z}$ , paramétré par le déplacement  $z(t)$  par rapport à la position d'équilibre. L'ensemble lest contenant le système de conversion d'énergie est considéré fixe par rapport au référentiel terrestre supposé galiléen ;
- on se placera dans les conditions de Heaviside (conditions initiales nulles) ;
- la théorie des vagues linéaires s'applique pour l'étude des actions de la houle sur le flotteur, on peut alors décomposer les actions de la houle sur le flotteur en la somme de trois actions :

- une force hydrostatique  $\overrightarrow{f_{hs}(t)}$  incluant les actions du poids et de la poussée d'Archimède autour de la position d'équilibre  $z = 0$  m :

$$\overrightarrow{f_{hs}(t)} = -\rho \cdot g \cdot S \cdot z(t) \cdot \vec{z} ;$$

- une force d'excitation  $\overrightarrow{f_e(t)}$  de la houle d'une hauteur  $H$  et de pulsation  $\omega$  s'exerçant sur un flotteur fixe :

$$\overrightarrow{f_e(t)} = f_e(t) \cdot \vec{z} = -\rho \cdot g \cdot S \cdot \frac{H}{2} \cdot \sin(\omega \cdot t) \cdot \vec{z} ;$$

- une force de radiation  $\overrightarrow{f_r(t)}$  s'exerçant sur un flotteur en mouvement dans un plan d'eau immobile :

$$\overrightarrow{f_r(t)} = -A \cdot \ddot{z}(t) \cdot \vec{z} - B \cdot \dot{z}(t) \cdot \vec{z} ;$$

- l'action mécanique  $\Phi(t)$  exercée par le vérin hydraulique sur le flotteur dépend des propriétés de l'ensemble du système de conversion d'énergie incluant le moteur hydraulique et la génératrice électrique. L'action de ce système de conversion d'énergie ramenée au vérin peut être modélisée globalement comme une action résistante proportionnelle à la vitesse de translation du vérin, faisant apparaître un coefficient d'amortissement équivalent noté  $C$ . Cette action s'exprime :

$$\overrightarrow{f_v(t)} = \Phi(t) \cdot \vec{z} = -C \cdot \dot{z}(t) \cdot \vec{z}.$$

La puissance mécanique captée par le système de conversion vaudra alors au maximum :

$$P_{cap} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot [\dot{z}(t)]^2.$$

Symbole	Désignation	Valeur numérique
$\rho$	Masse volumique de l'eau	1 025 kg·m <sup>-3</sup>
$g$	Accélération de la pesanteur	9,81 m·s <sup>-2</sup>
$S$	Section du flotteur	12,58 m <sup>2</sup>
$m$	Masse du flotteur	$m + A = 53$ tonnes
$A$	Masse additionnelle de radiation	
$B$	Amortissement de radiation	80 kN/(m·s <sup>-1</sup> )
$H$	Hauteur de houle	Variable
$C$	Coefficient d'amortissement équivalent	Variable $C_{min} = 100$ kN/(m·s <sup>-1</sup> )
$T$	Période de la houle	Variable

**Tableau 2** - Données numériques pour la modélisation du flotteur

**Q6.** En énonçant le(s) théorème(s) utilisé(s) et le(s) système(s) isolé(s), établir l'équation différentielle du mouvement du flotteur paramétré par le déplacement  $z(t)$  sous la forme :

$$a_2 \cdot \ddot{z}(t) + a_1 \cdot \dot{z}(t) + a_0 \cdot z(t) = f_e(t).$$

Donner l'expression algébrique des coefficients  $a_i$  en fonction des données du **tableau 2**.

**Q7.** Dédurre de la question précédente la fonction de transfert du flotteur, en fonction des coefficients  $a_i$ , donnant la transformée de Laplace du déplacement du flotteur  $Z(p) = L[z(t)]$  à partir de la transformée de Laplace de l'action d'excitation  $F_e(p) = L[f_e(t)]$  :

$$H_B(p) = \frac{Z(p)}{F_e(p)}$$



**Q8.** Déterminer l'expression algébrique puis numérique des paramètres caractéristiques de la fonction de transfert  $H_B(p)$  (gain statique  $K$ , coefficient d'amortissement  $\zeta$  et pulsation propre non amortie  $\omega_0$ ) en fonction des données du **tableau 2, page 7** (on prendra  $C = C_{min}$ ).

**Q9.** Tracer dans le plan de Bode sur le **document réponse**, le diagramme asymptotique de gain de la fonction de transfert  $\frac{H_B(p)}{K}$ . Représenter l'allure du tracé réel.

**Q10.** Sur le **document réponse** faire apparaître la bande passante à  $-6$  dB du flotteur. Conclure quant à la capacité du système à capter l'énergie de la houle pour la pulsation dominante  $\omega_n$  déterminée à la question **Q5**.

#### 4.4 Modélisation, validation et optimisation du système de conversion d'énergie

Le système de conversion d'énergie est schématisé sur le **document réponse**, question **Q11**.

Le vérin hydraulique est entraîné par le mouvement relatif de translation entre le flotteur et le lest. La translation du piston par rapport au cylindre du vérin est donc également paramétrée par le déplacement  $z(t)$  par rapport à la position d'équilibre. La section utile du piston est notée  $S_p$ . Les pressions dans les chambres supérieure et inférieure du vérin sont notées respectivement  $P_1$  et  $P_2$ .

Un réservoir accumulateur haute pression (a) et un réservoir accumulateur basse pression (b) permettent de maintenir les pressions  $P_a$  (pression d'admission du moteur hydraulique) et  $P_b$  (pression de refoulement du moteur hydraulique) quasi-constantes en régime établi.

Un ensemble de clapets anti-retour permet de générer un débit volumique unidirectionnel  $Q_m(t)$  vers le moteur hydraulique, quel que soit le sens de déplacement du piston. Le schéma et le principe des clapets anti-retour sont donnés sur le **document réponse**, question **Q11**. Les pertes induites par ce circuit redresseur seront négligées. On pourra alors considérer en régime établi, et en première approximation, les relations suivantes entre les pressions dans les réservoirs et dans les chambres du vérin :

$$P_a = \max(P_1, P_2) ; P_b = \min(P_1, P_2).$$

**Q11.** Compléter les zones en pointillés du schéma hydraulique du **document réponse** en dessinant les clapets anti-retour conformément à la description précédente.

Le moteur hydraulique possède une cylindrée variable (volume d'huile débité par tour) égale au produit  $x_m D_m$ , où  $D_m$  est la cylindrée maximale et  $x_m$  le facteur de commande de la cylindrée. La cylindrée du moteur peut varier de manière continue en fonctionnement. La vitesse de rotation de l'arbre de sortie du moteur est notée  $\omega_m(t)$  en  $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ . On pourra utiliser les relations élémentaires suivantes :

- différence de pression entre l'admission et le refoulement :  $\Delta P = P_a - P_b$  ;
- débit volumique d'huile traversant le moteur :  $Q_m(t) = x_m(t) \cdot D_m \cdot \omega_m(t)$  ;
- puissance délivrée au moteur hydraulique :  $P_{mh} = Q_m(t) \cdot \Delta P$ .

Le rotor de la génératrice électrique est directement entraîné par le moteur hydraulique. La génératrice est une machine asynchrone à double alimentation (MADA) du même type que celles équipant les aérogénérateurs.

Dans le domaine d'utilisation de la génératrice, le couple résistant noté  $C_g(t)$  exercé par le stator de la génératrice sur l'axe du rotor est tel que :

$$C_g(t) = -f_{cg} \cdot \omega_m(t).$$

L'électronique utilisée dans la MADA permet de faire varier, si nécessaire, le facteur de couple  $f_{cg}$ . Le moment d'inertie des rotors du moteur hydraulique et de la génératrice est noté  $J$ .

Symbole	Désignation	Valeur numérique
$D_m$	Cylindrée du moteur	60 cm <sup>3</sup> /tour, soit 9,55.10 <sup>-6</sup> m <sup>3</sup> /rad
$x_m$	Facteur de commande de la cylindrée	∈ [0,1 ; 1]
$f_{cg}$	Facteur de couple variable de la génératrice	Valeur maximale : 0,19 N·m/(rad·s <sup>-1</sup> )
$J$	Moment d'inertie	2 kg·m <sup>2</sup>
$S_p$	Section utile du piston	0,007 m <sup>2</sup>
$P_a$	Pression d'admission du moteur	$P_{a,max} = 350$ bars
		$P_{a,min} = 30$ bars
$P_b$	Pression de refoulement du moteur	$P_{b,min} = 10$ bars

**Tableau 3** - Données numériques pour la modélisation du système de conversion d'énergie

**Q12.** En détaillant le(s) système(s) isolé(s) et les expressions des puissances internes et externes ainsi que les énergies cinétiques, montrer qu'en appliquant le théorème de l'énergie cinétique, on obtient :

$$J \cdot \frac{d\omega_m(t)}{dt} = -f_{cg} \cdot \omega_m(t) + x_m(t) \cdot D_m \cdot \Delta P.$$

Dans des conditions de fonctionnement usuelles et en fonction des différents réglages du moteur hydraulique et de la génératrice, les études expérimentales montrent que la différence de pression  $\Delta P$  a une valeur moyenne comprise entre 30 et 120 bars.

**Q13.** Pour ces valeurs de différence de pression  $\Delta P$  et en considérant que la génératrice applique son couple maximal sans faire varier la cylindrée du moteur ( $x_m = 1$ ), déduire de l'équation obtenue à la question **Q12** les valeurs extrêmes  $\omega_{m,max}$  et  $\omega_{m,min}$  en régime établi. Conclure quant au respect de l'exigence de vitesse nominale de la génératrice.

Afin de maintenir la vitesse de rotation de la génératrice dans un intervalle garantissant un rendement optimal, un asservissement en vitesse de rotation du moteur hydraulique est réalisé en contrôlant sa cylindrée via le paramètre  $x_m$ .

#### 4.4.1 Modélisation du système de contrôle de la cylindrée du moteur hydraulique

Le moteur hydraulique employé dans le dispositif de conversion mécanique est un moteur à 9 pistons axiaux, à cylindrée variable. Nous allons chercher à modéliser la partie mécanique du dispositif de commande de la cylindrée et à valider la linéarité de son comportement.

Le principe de fonctionnement du moteur hydraulique est représenté sur le schéma cinématique de la **figure 10, page 10**.

Le débit volumique  $Q_m(t)$  provenant du vérin hydraulique par l'intermédiaire du système redresseur (clapets anti-retour) alimente le moteur hydraulique. Ce débit provoque le déplacement axial des pistons  $p_i$  par rapport au rotor 3 selon  $\vec{z}_0$  ainsi que le glissement des pistons  $p_i$  par rapport au plateau 1, incliné d'un angle  $\alpha(t) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$ . Le mouvement des pistons entraîne le rotor 3 du moteur hydraulique en rotation autour de l'axe  $(O, \vec{z}_0)$ . La variation de cylindrée est réalisée en modifiant l'amplitude du mouvement axial des pistons et donc en réglant l'inclinaison d'angle  $\alpha$  du plateau 1. En effet, on peut montrer que le lien entre la cylindrée du moteur et l'inclinaison du plateau est donné par la relation :

$$x_m(\alpha) \cdot D_m = K_\alpha \cdot \tan(\alpha) \text{ où } K_\alpha \text{ est une constante dépendant de la géométrie.}$$

Le plateau 1 est entraîné en rotation autour de l'axe  $(O, \vec{y}_0)$  par un vérin de commande 2 lui-même piloté en translation de direction  $\vec{x}_0$  par une servovalve hydraulique. Le déplacement du vérin de commande 2 est paramétré par  $\lambda(t)$ .

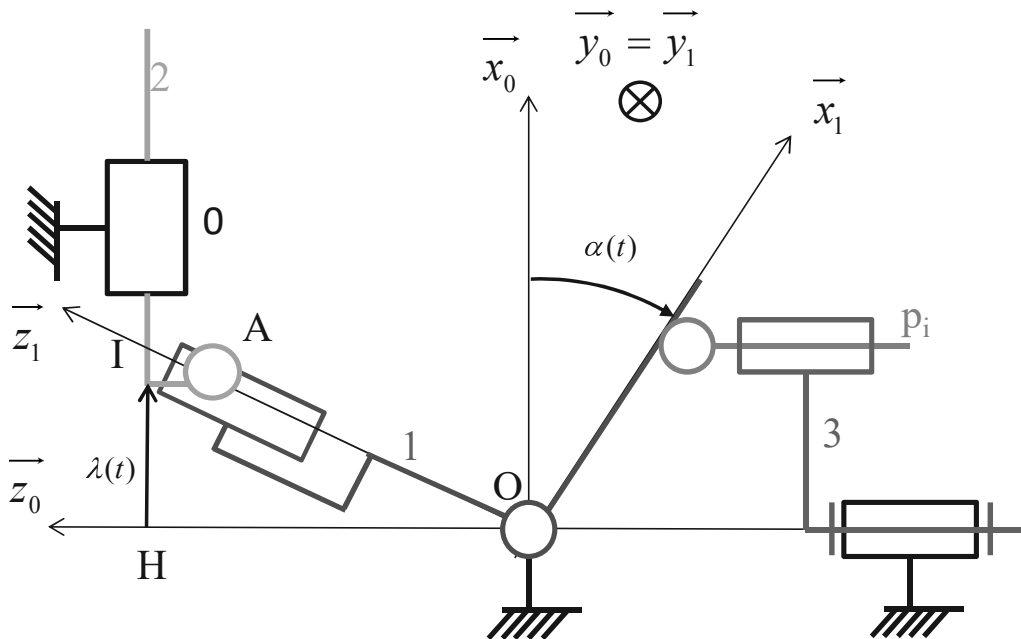


Figure 10 - Schéma cinématique du moteur hydraulique

**Paramètres géométriques :**

$$\vec{OA} = r(t) \cdot \vec{z}_1 \quad \vec{IA} = -e \cdot \vec{z}_0 \quad \vec{HI} = \lambda(t) \cdot \vec{x}_0 \quad \vec{OH} = L \cdot \vec{z}_0 \quad \alpha(t) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$$

**Q14.** Déterminer l'expression de  $\lambda$  en fonction de  $\alpha$ ,  $L$  et  $e$ .

**Q15.** Dédurre de la question précédente le paramètre  $K_m$  tel que :  $x_m(\alpha) \cdot D_m = K_m \cdot \lambda$ . Conclure quant à la linéarité du mécanisme de commande de la cylindrée.

Le comportement dynamique du système de variation de la cylindrée du moteur peut être modélisé comme un système du premier ordre tel que :

$$H_{mh}(p) = \frac{X_m(p)}{X_{mc}(p)} = \frac{K_{mh}}{1 + \tau_{mh} \cdot p} \text{ avec } K_{mh} = 1 \text{ et } \tau_{mh} = 0,1 \text{ s ;}$$

où  $X_m(p) = L[x_m(t)]$  est le facteur de commande de la cylindrée et  $X_{mc}(p) = L[x_{mc}(t)]$  la consigne de facteur de commande de la cylindrée.

#### 4.4.2 Modélisation de la boucle d'asservissement de vitesse du moteur hydraulique

Le schéma-bloc à retour unitaire de l'asservissement en vitesse du moteur hydraulique est présenté sur le **document réponse**, question **Q16**. L'écart en sortie de comparateur  $\varepsilon(p) = \omega_{mc}(p) - \omega_m(p)$  est corrigé par un correcteur à action proportionnelle et intégrale (PI), de fonction de transfert  $C(p)$ , qui génère une consigne de facteur de commande du débit  $X_{mc}(p)$  :

$$C(p) = \frac{X_{mc}(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{K_i}{p} + K_c$$

**Q16.** Compléter la zone en pointillés du schéma-bloc du **document réponse** en utilisant l'équation de la question **Q12**.

### Système non corrigé

On considère d'abord que  $K_c = 1$  et  $K_i = 0$ .

**Q17.** Sous ces hypothèses, déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte  $FTBO(p)$  de l'asservissement en vitesse du moteur hydraulique sous forme canonique.

**Q18.** Donner l'expression de l'écart statique pour un échelon unitaire de vitesse de rotation. Est-ce conforme à l'exigence de précision ? Justifier alors la présence du correcteur PI dans le système.

Le tracé de la fonction de transfert en boucle ouverte dans le plan de Bode pour  $K_c = 1$ ,  $K_i = 0$  et  $\Delta P = 100$  bars est donné sur le **document réponse**, question **Q19**.

**Q19.** Déterminer sur le **document réponse** la marge de gain et la marge de phase du système non corrigé. Faire apparaître vos tracés sur le **document réponse**. Est-ce conforme à l'exigence de stabilité ?

### Système corrigé

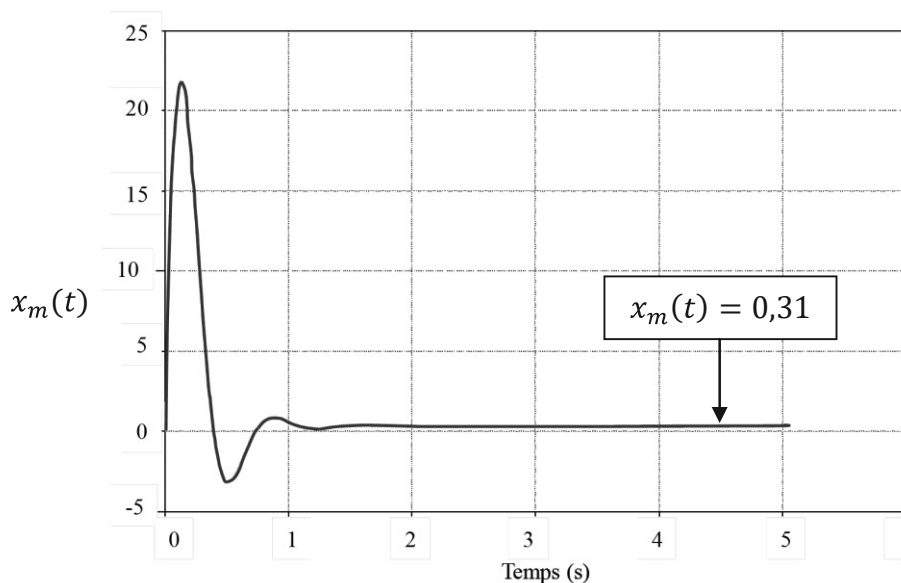
**Q20.** Ecrire la fonction de transfert du correcteur sous la forme  $C(p) = \frac{K(1+\tau_c p)}{p}$  et identifier le gain  $K$  et la constante de temps  $\tau_c$  en fonction de  $K_c$  et  $K_i$ .

**Q21.** Déterminer la pulsation  $\omega_c = \frac{1}{\tau_c}$  afin qu'elle se situe une décade avant la pulsation de coupure à 0 dB de la fonction de transfert en boucle ouverte non corrigée.

Pour le résultat trouvé à la question **Q21**, on obtient les tracés de Bode sur le **document réponse**, question **Q22** pour  $K = 1$ .

**Q22.** Déterminer sur le **document réponse**, question **Q22** le gain  $K$  permettant de garantir la marge de phase requise spécifiée dans le diagramme des exigences. En déduire  $K_c$  et  $K_i$ . Faire apparaître vos tracés sur le **document réponse**, question **Q22**.

On donne sur la **figure 11** les évolutions de  $x_m(t)$  en réponse à un échelon de vitesse de rotation de 1 500 tours par minute pour  $K_c = 0,06$ ,  $K_i = 0,12$  et  $\Delta P = 100$  bars.



**Figure 11** - Paramètre de commande de la cylindrée  $x_m(t)$

**Q23.** Commenter la courbe  $x_m(t)$ . Quel élément faut-il ajouter dans le schéma-bloc pour représenter le comportement réel du dispositif de commande de la cylindrée ?

**Q24.** D'après la valeur atteinte en régime établi par  $x_m(t)$  sur **la figure 11**, la cylindrée du moteur est-elle adaptée pour une différence de pression  $\Delta P$  comprise entre 30 et 120 bars ? Justifier votre réponse.

#### 4.4.3 Optimisation des paramètres de production d'énergie

L'objectif de cette sous-partie est de mettre en évidence les paramètres et leurs valeurs, qui permettent d'optimiser la quantité d'énergie prélevée par le système houlomoteur pour des vagues régulières. Les notations et les grandeurs sont les mêmes que celles détaillées dans les parties précédentes.

On considère par la suite que la fonction de transfert du flotteur est donnée par :

$$H_B(p) = \frac{Z(p)}{F_e(p)} = \frac{c_0}{c_1 + c_2 \cdot p + c_3 \cdot p^2},$$

où seul le coefficient  $c_2$  est fonction du coefficient d'amortissement équivalent  $C$ .

$$c_2 = C + B.$$

On étudie le comportement du système dans le domaine harmonique :  $p = j\omega$ .

**Q25.** Donner l'expression de la transformée de Laplace de la vitesse du flotteur en régime harmonique  $V(j\omega)$  en fonction de  $H_B(j\omega)$  et de  $F_e(j\omega)$ .

La puissance moyenne captée peut être calculée en fonction du coefficient  $C$  et de la vitesse par l'expression suivante :

$$P_{cap} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot |V(j\omega)|^2.$$

On considère d'abord que la puissance  $P_{cap}(C)$  comme une fonction du coefficient  $C$  du système de conversion hydraulique.

**Q26.** En supposant que  $P_{cap}(C)$  présente un maximum, exprimer la relation mathématique qui permet de le caractériser.

**Q27.** En utilisant la relation précédente, déterminer l'expression de  $C_{opt}$ , valeur optimale du coefficient  $C$  qui maximise la puissance captée en fonction de  $\omega$ .

On peut déduire la vitesse optimale  $V_{opt}$  à partir de l'expression de  $C_{opt}$  obtenue question **Q27**. L'effort exercé par le vérin hydraulique sur le flotteur dans les conditions optimales est alors donné par  $|\Phi_{opt}(\omega)| = C_{opt} \cdot |V_{opt}|$ . La hauteur de houle a peu d'influence sur ces paramètres optimaux.

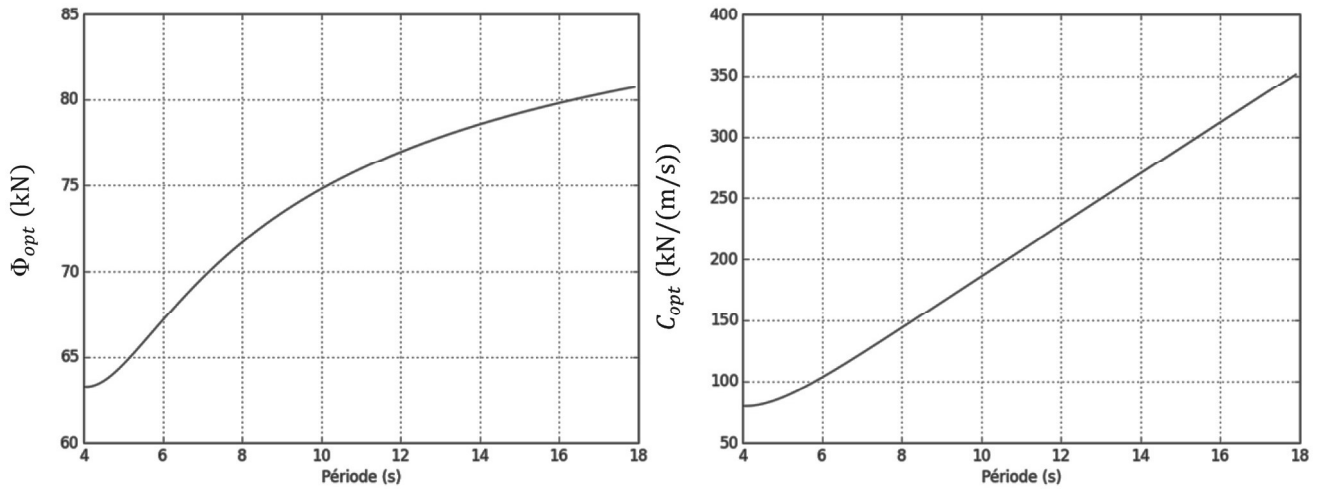
Les graphes de la **figure 12, page 13** représentent  $\Phi_{opt}$  et  $C_{opt}$  obtenus avec les relations établies à la question **Q27** en fonction de la période de la houle.

**Q28.** Exprimer l'effort  $\Phi(t)$  exercé par le système de conversion hydraulique sur la bouée en fonction la section utile du piston  $S_p$  et de la différence de pression  $\Delta P$ . Conclure quant à la capacité du moteur hydraulique (**tableau 3, page 9**) à imposer la valeur maximale de l'effort  $\Phi_{opt}$  fourni sur la **figure 12, page 13**.

On montre que le coefficient d'amortissement de l'ensemble de conversion d'énergie s'exprime :

$$C = \left( \frac{S_p}{x_m \cdot D_m} \right)^2 \cdot f_{cg}.$$

**Q29.** Pour une valeur moyenne  $x_m = 0,3$ , la génératrice choisie permet-elle d'imposer la valeur maximale de  $C_{opt}$  ?



**Figure 12 - Paramètres optimaux en fonction de la période**

### 5 Synthèse : simulation en conditions réelles de houle

Le modèle global multiphysique de la **figure 8, page 6** est établi à partir des modèles élaborés dans les différentes parties de ce sujet. Il est non linéaire et nécessite d'être simulé à l'aide d'un outil informatique adapté. Les rendements des différents composants sont également pris en compte dans ce modèle. La détermination des paramètres optimaux  $C_{opt}$  et  $\Phi_{opt}$  prend en compte le caractère non régulier des houles réelles.

**Q30.** Citer deux sources de non linéarité et trois sources de perte énergétique à prendre en compte dans le modèle.

Plusieurs simulations ont été effectuées afin d'évaluer la pertinence des stratégies de commande envisagées dans ce sujet. Trois stratégies présentées ci-dessous sont alors envisagées.

**Stratégie 1 :** la génératrice applique un couple maximal sur le rotor du moteur hydraulique quelles que soient les conditions de houle, le moteur hydraulique fonctionne à cylindrée maximale.

Configuration de houle	Puissances (kW)			Rendements (%)		
	Puissance captée	Puissance générée	Puissance transmise	Système hydraulique	Génératrice électrique	Total
1	1,70	0,81	0	47,8	0	0
2	7,14	3,52	3,12	49,4	88,4	43,6
3	14,35	6,79	4,28	47,3	63,1	29,8
4	21,52	9,68	3,04	45,0	31,3	14,1

**Tableau 4 - Données numériques pour la stratégie 1**

**Stratégie 2 :** la génératrice applique un couple maximal sur le rotor du moteur hydraulique quelles que soient les conditions de houle, la cylindrée du moteur hydraulique est ajustée pour appliquer un coefficient  $C_{opt}$  (stratégie non étudiée dans le sujet).

Configuration de houle	Puissances (kW)			Rendements (%)		
	Puissance captée	Puissance générée	Puissance transmise	Système hydraulique	Génératrice électrique	Total
1	1,63	0,85	0	51,8	0	0
2	7,45	4,14	3,44	55,6	83,0	46,1
3	14,62	7,97	3,21	54,5	40,3	21,6
4	23,14	11,74	2,27	50,7	19,3	9,8

**Tableau 5** - Données numériques pour la stratégie 2

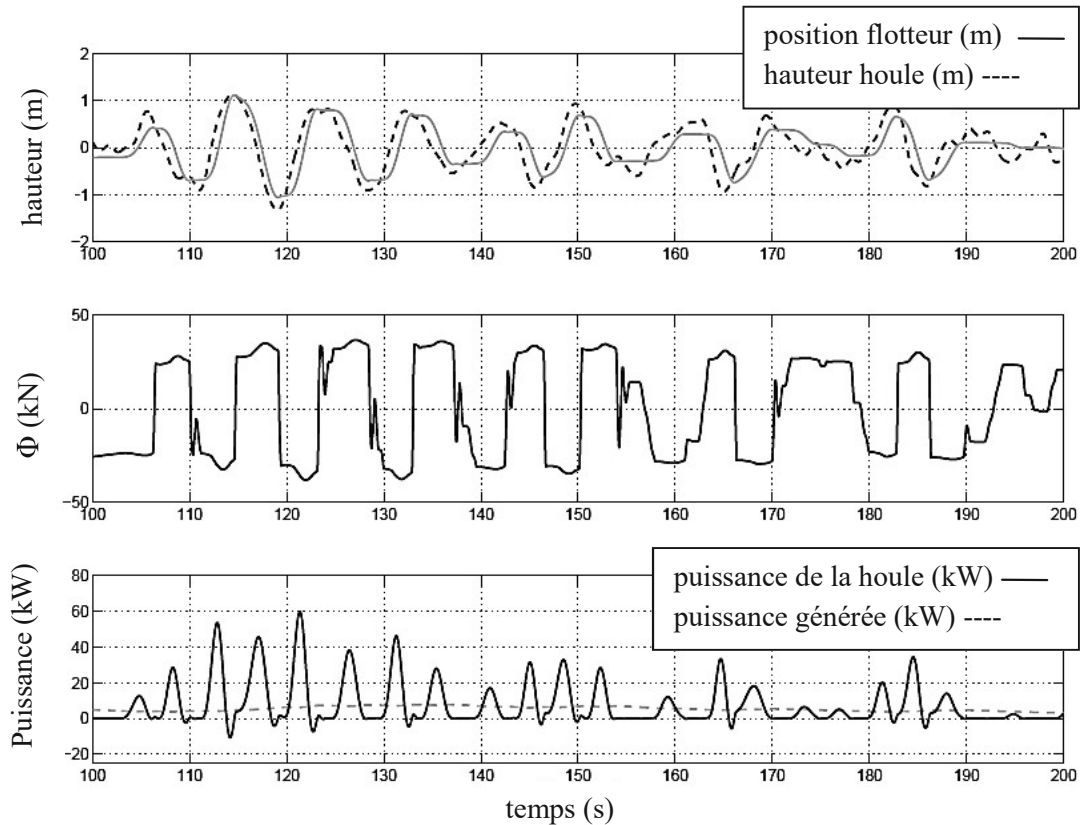
**Stratégie 3** : la génératrice applique un couple garantissant un coefficient  $C$  optimal et le moteur hydraulique est asservi en vitesse.

Configuration de houle	Puissances (kW)			Rendements (%)		
	Puissance captée	Puissance générée	Puissance transmise	Système hydraulique	Génératrice électrique	Total
1	0,63	0,02	0,01	3,5	55,1	1,9
2	7,30	4,15	4,15	56,9	100	56,9
3	15,15	9,80	9,80	64,7	100	64,7
4	23,34	15,76	10,94	67,5	69,4	46,9

**Tableau 6** - Données numériques pour la stratégie 3

**Q31.** Conclure en justifiant votre réponse, sur la stratégie qui vous paraît la plus adaptée. Justifier notamment que la puissance transmise peut être nulle.

Les courbes de la **figure 13** représentent les résultats de simulation pour des conditions de houle non régulières réalistes en appliquant la stratégie 3.



**Figure 13** - Simulation du modèle multiphysique pour des conditions de houle réalistes

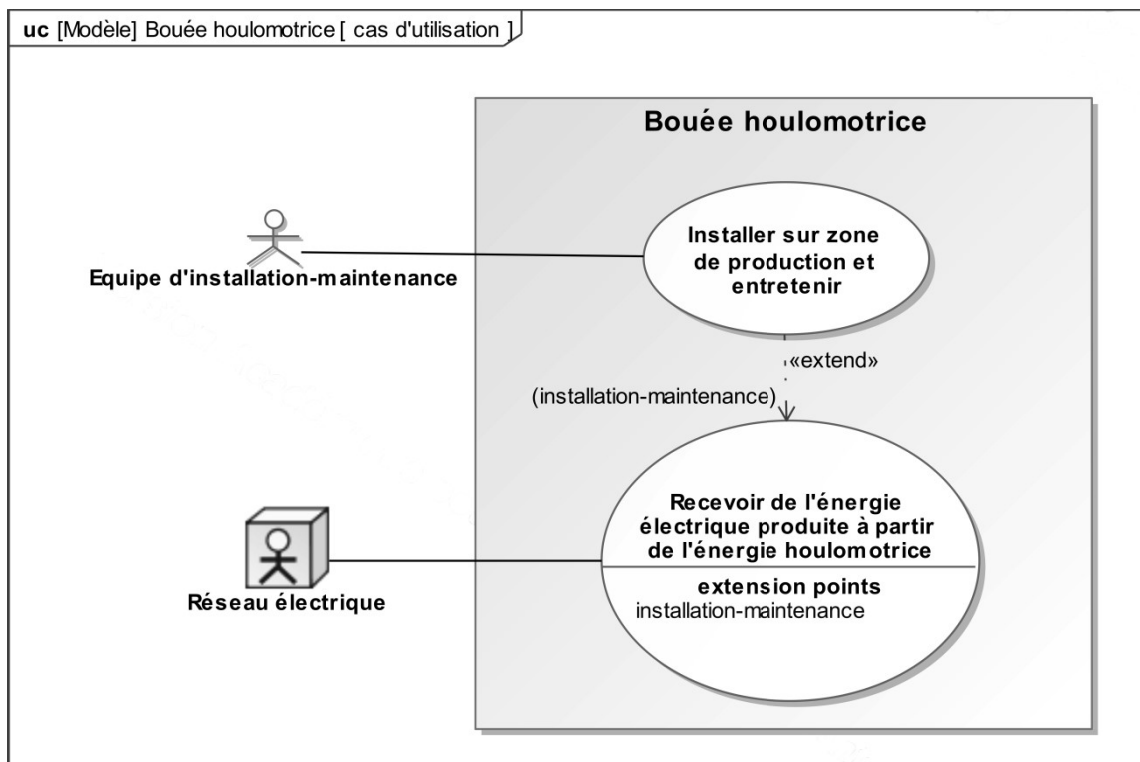
**Q32.** Comparer l'allure de la puissance de la houle à celle de la puissance générée par le système. Quel(s) composant(s) permet(tent) d'obtenir un tel comportement ?

**Q33.** Quelle est la période de houle dominante utilisée pour la simulation ? Comparer la valeur de  $\Phi_{opt}$  imposée à celle optimale tracée sur la **figure 12, page 13**. Comment justifier cet écart ?

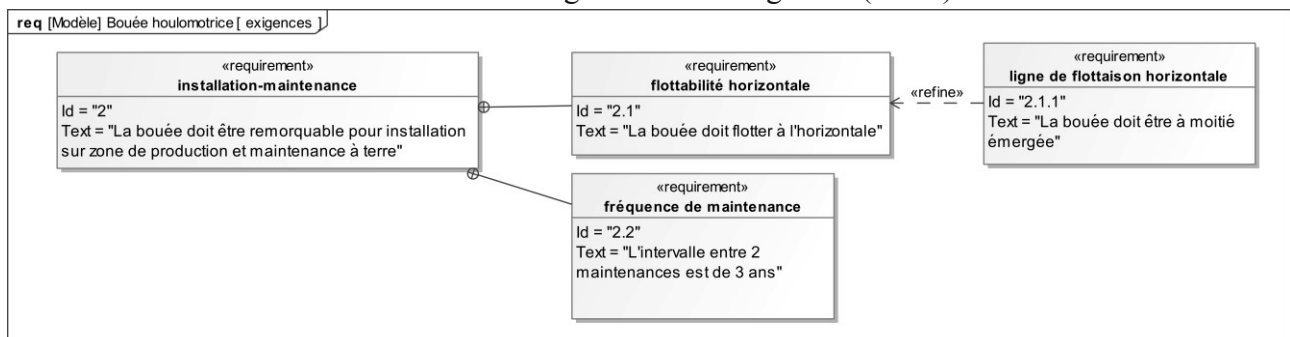
**Q34.** En justifiant votre réponse, conclure quant au respect des exigences du système simulé.

## Annexe 1 - Diagrammes SysML de la bouée « Powerbuoy »

### Annexe 1a - Diagramme des cas d'utilisation

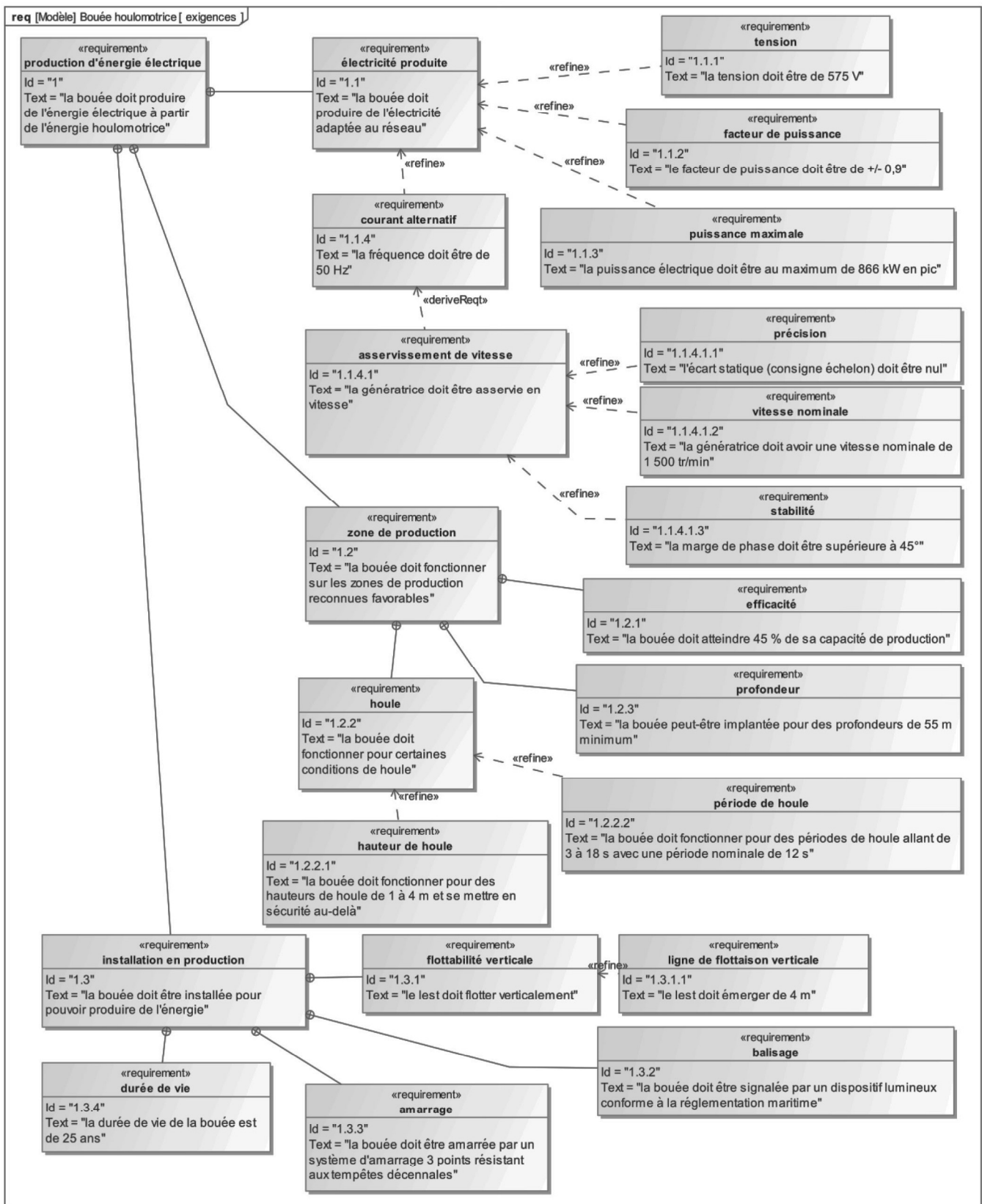


### Annexe 1b - Diagramme des exigences (début)





## Annexe 1b - Diagramme des exigences (suite)



FIN

DANS CE CADRE

Académie : \_\_\_\_\_ Session : \_\_\_\_\_

Examen ou Concours : **Concours Communs Polytechniques** Série\* : **PSI**

Spécialité/option : \_\_\_\_\_ Repère de l'épreuve : \_\_\_\_\_

Épreuve/sous-épreuve : **Sciences Industrielles de l'Ingénieur**

NOM : \_\_\_\_\_

*(en majuscules, suivi, s'il y a lieu, du nom d'épouse)*

Prénoms : \_\_\_\_\_ N° du candidat

Né(e) le \_\_\_\_\_ *(le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la liste d'appel)*

NE RIEN ÉCRIRE

Examen ou Concours : **Concours Communs Polytechniques** Série\* : **PSI**

Spécialité/option : \_\_\_\_\_

Repère de l'épreuve : \_\_\_\_\_

Épreuve/sous-épreuve : **Sciences Industrielles de l'Ingénieur**

*(Préciser, s'il y a lieu, le sujet choisi)*

*Si votre composition comporte plusieurs feuilles, numérotez-les et placez les intercalaires dans le bon sens.*

Note :  / 20

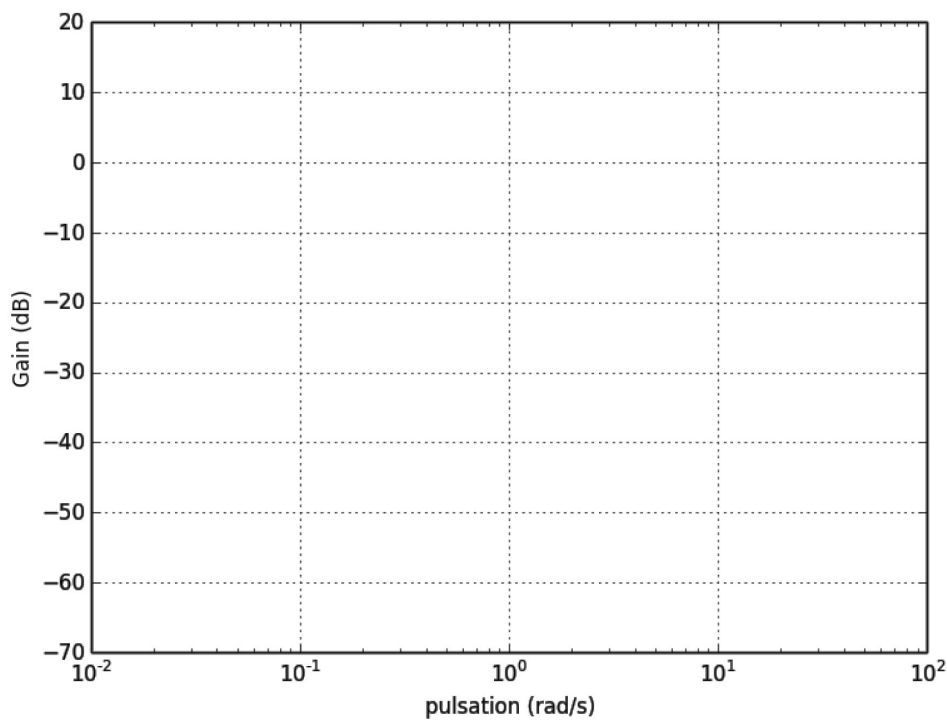
Appréciation du correcteur\* :

\* Uniquement s'il s'agit d'un examen.

PSIS108

## Document Réponse

Questions Q9 et Q10 :



(B)

NE RIEN ÉCRIRE

DANS LA PARTIE BARRÉE

Question Q11 :

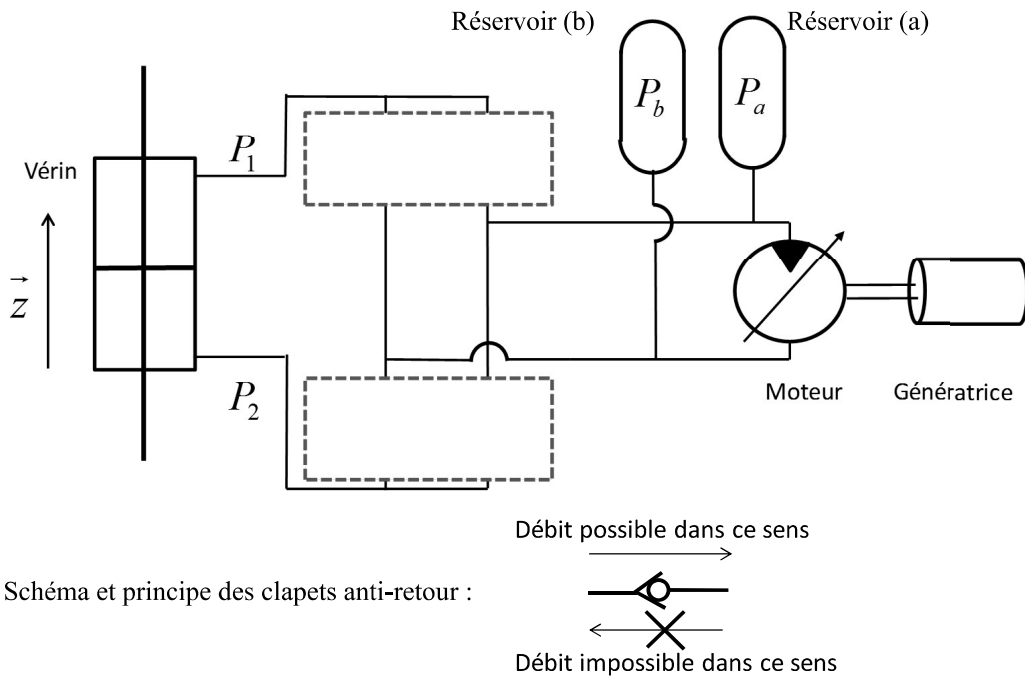
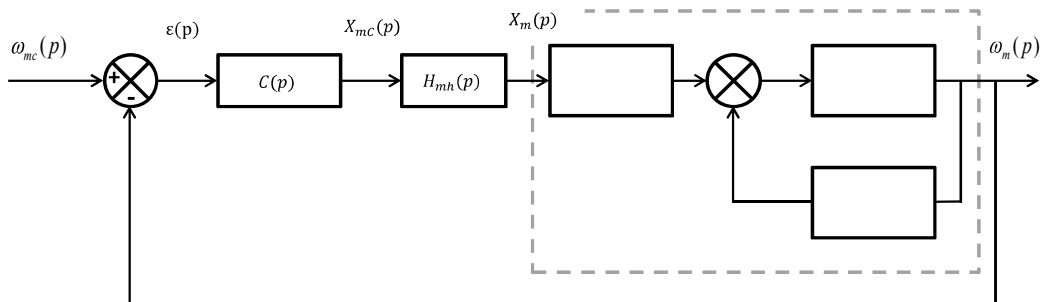


Schéma et principe des clapets anti-retour :

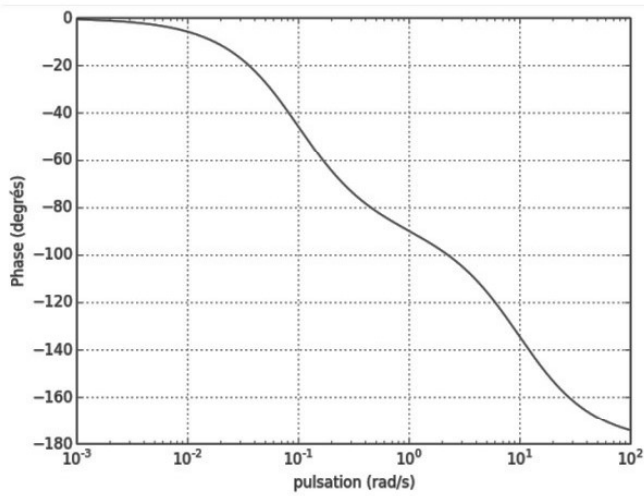
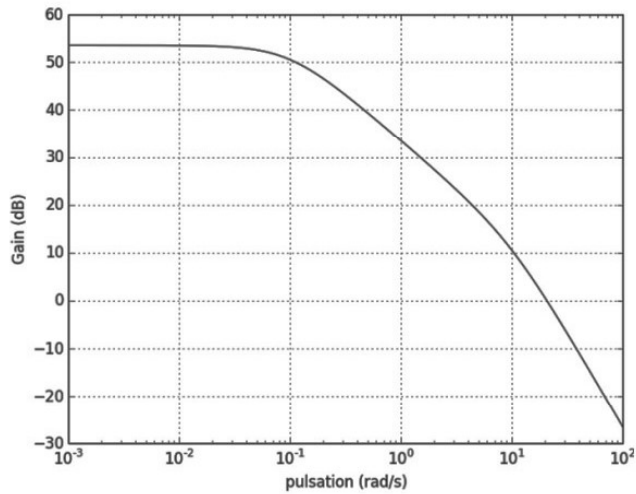
Question Q16 :



NE RIEN ÉCRIRE

DANS LA PARTIE BARRÉE

**Question Q19 :**



**Systeme non corrigé**

Marge de gain :

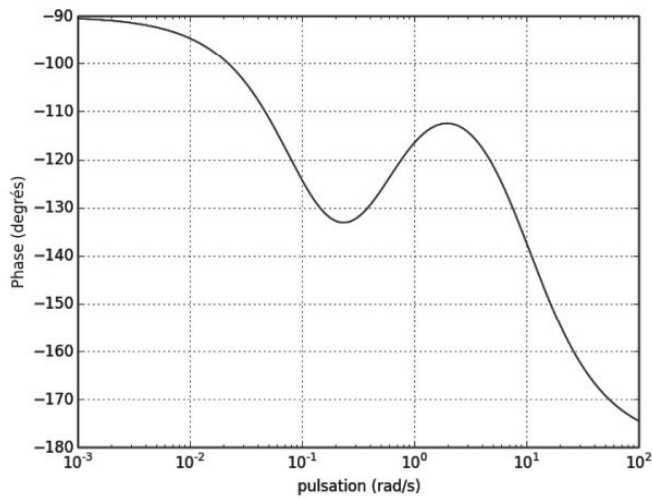
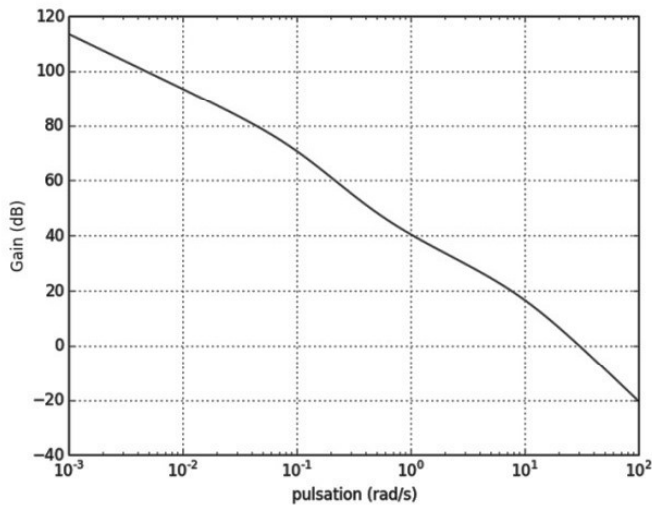
Marge de phase :

Conclusion :

NE RIEN ÉCRIRE

DANS LA PARTIE BARRÉE

Question Q22 :



Système corrigé

valeur de  $K$  :

valeur de  $K_i$  :

valeur de  $K_c$  :