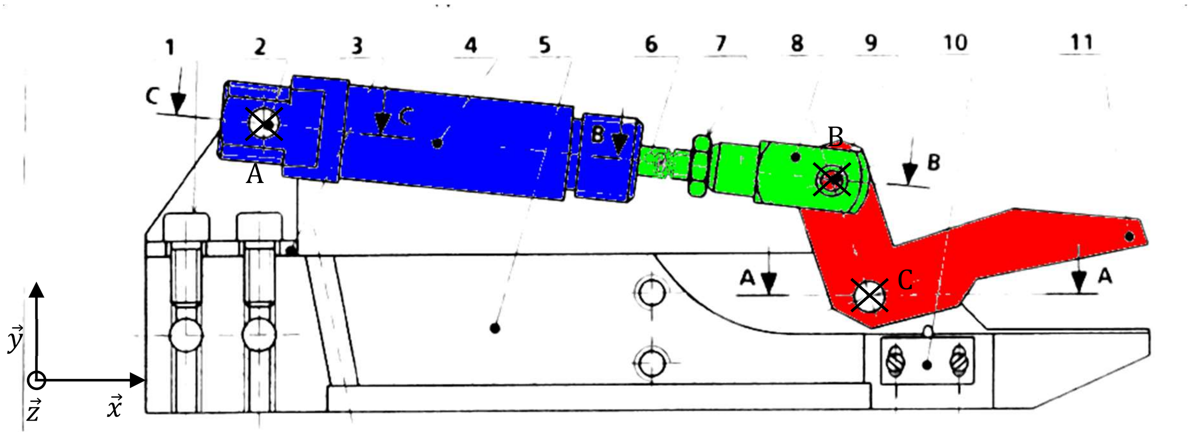
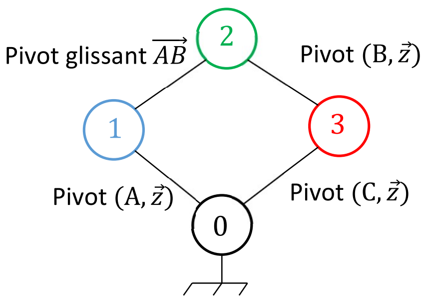
1. Pince guignard

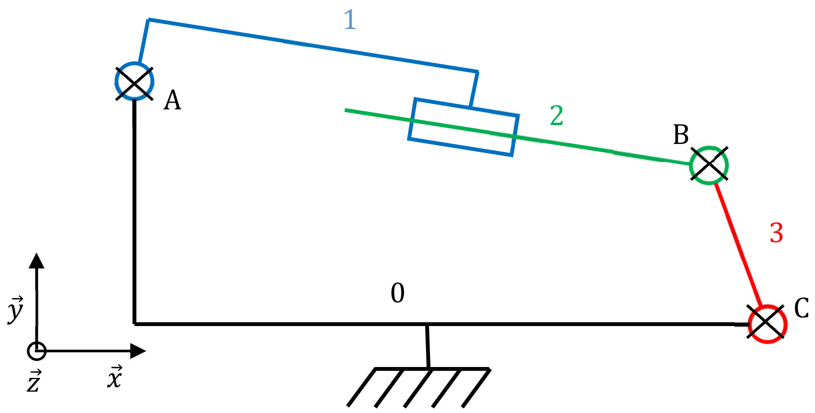
Q.1.Identifier et colorier sur le plan (sur toute les vues) les quatre classes d'équivalences.



Q.2.Construire le graphe des liaisons



Q.3.Construire le schéma cinématique de la pince.



2. Mesure de métrologie

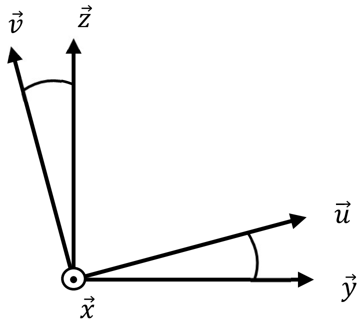
Q.1.Exprimer les vecteurs de la relation vectorielle suivante en fonction des vecteurs unitaires.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FA} = \vec{0}$$

$$h.\vec{z} - L.\vec{u} + r\vec{v} + r\vec{z} + r\vec{y} - m.\vec{z} = \vec{0}\ (1)$$

Q.2. Projeter cette équation sur $\vec{y}$ et $\vec{z}$ à l'aide de produits scalaires. En déduire h en fonction de m, d et α.

On réalise la figure de calcul (ou de changement de base) :



Méthode 1 :

Réaliser directement les produits scalaires entre (1) et $\vec{y}$ puis (1) et $\vec{z}$:

$$\begin{matrix}(1).\vec{y}\\(1).\vec{z}\end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} -L.\cos(\alpha) - r\sin(\alpha) + \mathrm{r} = 0 & (2) \\ h - \sin(\alpha).L + r\cos(\alpha) + r - m = 0 & (3) \end{cases}$$

Méthode 2 :

Décomposer les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sur $\vec{y}$ et $\vec{z}$ à l'aide de la figure de changement de base puis réaliser les produits scalaires précédents.

L est un paramètre inconu qu'il faut supprimer, on l'isole. Il s'afit d'une longueur, on peut chercher à l'éliminer en faisant $\frac{(2)}{(3)}$ ou par substitution par exemple:

$$(2) \Rightarrow L = r\frac{1 - \sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

$$(3) \Rightarrow h = \mathrm{m} - r + \mathrm{r}\frac{\sin(\alpha) - 1}{\cos(\alpha)}$$

Q.3. Retrouver l'expression de h en n'effectuant qu'un seul produit scalaire.

Pour faire disparaitre le L dès l'équation (1), il suffit de faire une projection suivant $\vec{v}$:

$$(1).\vec{z} \Rightarrow \cos\alpha\,(h + r - m) + r\sin\alpha + r = 0$$

Q.4. Application numérique : donner la valeur numérique de h. On prendra d = 20 mm, α = -20° et m = 59.28 mm.

AN : $h = 34{,}87$mm, Le cahier des charges requiert une hauteur de 35mm+/-0,1mm.

Or 34,87<34,99mm ; l'exigence n'est pas satisfaite. La pièce n'est donc pas conforme !

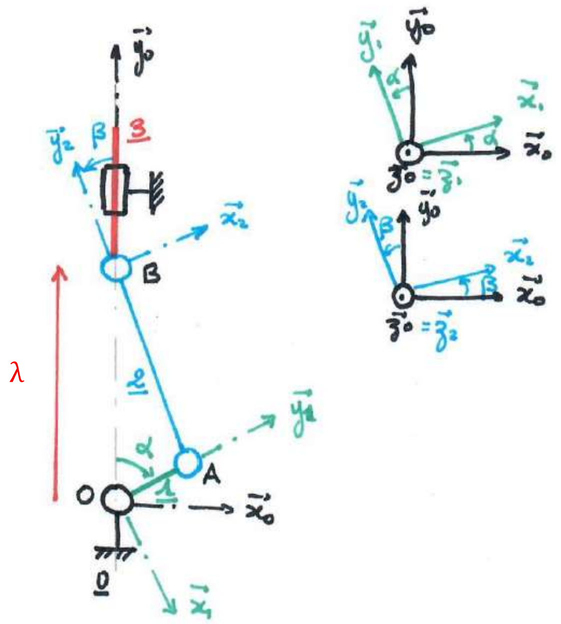
3. Moteur deux temps

Q.1.Réaliser le schéma cinématique du système.

Q.2.Paramétrer votre schéma *(c'est-à-dire ajouter les paramètres d'angle et de distance et les vecteurs des bases).*

$\alpha = (\vec{y_0}, \vec{y_1})$
$\beta = (\vec{y_0}, \vec{y_2})$
$\vec{OA} = e.\vec{y_1}$
$\vec{AB} = L.\vec{y_2}$

$\overrightarrow{OB} = \lambda\, \overrightarrow{y_0}$



<u>Remarque</u> : Un paramétrage n'est pas unique.

Q.3. Réaliser la fermeture géométrique :

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \vec{0} \Leftrightarrow e\,\overrightarrow{y_1} + L\,\overrightarrow{y_2} - \lambda\,\overrightarrow{y_0} = \vec{0}$$

Q.4. En déduire deux équations scalaires puis exprimer la position du piston en fonction de l'angle de rotation du vilebrequin.

En projection :

$$\begin{array}{l} /\overrightarrow{x_0} \\ /\overrightarrow{y_0} \end{array}\begin{cases} -e\sin\alpha - L\sin\beta = 0 \\ e\cos\alpha + L\cos\beta - \lambda = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} L\sin\beta = -e\sin\alpha & (1) \\ L\cos\beta = -e\cos\alpha + \lambda & (2) \end{cases}$$

$$(1)^2 + (2)^2 \Rightarrow L^2 = (e\sin\alpha)^2 + (-e\cos\alpha + \lambda)^2$$

$$\Rightarrow \lambda = \sqrt{L^2 - (e\sin\alpha)^2} + e\cos\alpha$$

Q.5. Déterminer la vitesse de translation du piston en fonction de la vitesse de rotation désirée de l'hélice.

On dérive l'expression de λ :

$$\dot{\lambda} = \frac{\left(L^2 - (\dot{e}\sin\alpha)^2\right)}{2\sqrt{L^2 - (e\sin\alpha)^2}} - e\dot{\alpha}\sin\alpha$$

$$\dot{\lambda} = \frac{-e^2\dot{\alpha}\cos\alpha\sin\alpha}{\sqrt{L^2 - (e\sin\alpha)^2}} - e\dot{\alpha}\sin\alpha$$

Que se passe-t-il si on considère la simplification suivante : e est négligeable devant L. L'exigence est-elle vérifiée ?

Si $e \ll L$,

$$L^2 - (e\sin\alpha)^2 \approx L^2$$

$$\Rightarrow \frac{-e^2\dot{\alpha}\cos\alpha\sin\alpha}{\sqrt{L^2-(e\sin\alpha)^2}} - e\dot{\alpha}\sin\alpha \approx -e\dot{\alpha}\sin\alpha$$

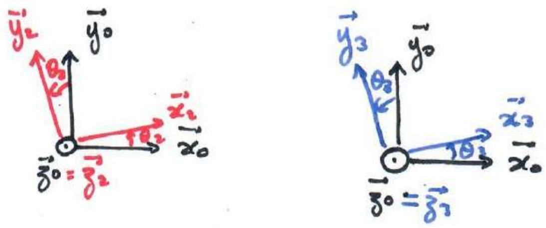
4. Palettiseur de briques de lait

$\theta_2 = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_2}) = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_2})$
$\theta_3 = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_3}) = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_3})$
$\overrightarrow{AB} = \mu.\overrightarrow{x_3}$
$\overrightarrow{AC} = \lambda.\overrightarrow{x_3}$
$\overrightarrow{CH} = y.\overrightarrow{y_0}$

$\overrightarrow{OB} = R.\overrightarrow{x_2}$
$\overrightarrow{HA} = L.\overrightarrow{x_0}$
$\overrightarrow{OA} = L_1.\overrightarrow{x_0}$
$R = 0{,}15\ m$
$L = 2.L_1 = 0{,}5\ m$

On se place en modèle plan. Les distances λ, μ et y sont variables.

Q.1. Représenter les figures planes des positions relatives de R_2/R_0 et R_3/R_0 (on parle aussi de figure géométrale, de changement de base, de travail, de calcul…).



Q.2. Écrire les équations de fermeture géométrique (OAB) en projection dans la base 0.

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \vec{0} \Leftrightarrow L_1\,\overrightarrow{x_0} + \mu\,\overrightarrow{x_3} - R\,\overrightarrow{x_2} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow L_1\,\overrightarrow{x_0} + \mu(\cos\theta_3\,\overrightarrow{x_0} + \sin\theta_3\,\overrightarrow{y_0}) - R(\cos\theta_2\,\overrightarrow{x_0} + \sin\theta_2\,\overrightarrow{y_0}) = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} L_1 + \mu\cos\theta_3 - R\cos\theta_2 = 0 & (1) \\ \mu\sin\theta_3 - R\sin\theta_2 = 0 & (2) \end{cases}$$

Q.3. Écrire les équations de fermeture géométrique (HAC) en projection dans la base 0.

$$\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CH} = \vec{0} \Leftrightarrow \mathrm{L}\,\overrightarrow{x_0} + \lambda\,\overrightarrow{x_3} + y\,\overrightarrow{y_0} = \vec{0}$$

$$\mathrm{L}\,\overrightarrow{x_0} + \lambda(\cos\theta_3\,\overrightarrow{x_0} + \sin\theta_3\,\overrightarrow{y_0}) + y\,\overrightarrow{y_0} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} L + \lambda\cos\theta_3 = 0 & (3) \\ \lambda\sin\theta_3 + y = 0 & (4) \end{cases}$$

Q.4. En déduire la loi entrée sortie du système (exprimer y en fonction de θ_2).

$(1) \Leftrightarrow \mu\cos\theta_3 = R\cos\theta_2 - L_1$
$(2) \Leftrightarrow \mu\sin\theta_3 = R\sin\theta_2$

$(3) \Leftrightarrow \lambda\cos\theta_3 = -L$
$(4) \Leftrightarrow \lambda\sin\theta_3 = -y$

$$\frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \tan\theta_3 = \frac{R\sin\theta_2}{R\cos\theta_2 - L_1} \qquad \frac{(2)}{(1)} \Rightarrow \tan\theta_3 = \frac{y}{L}$$

$$\Rightarrow y = \frac{L\sin\theta_2}{\cos\theta_2 - \frac{L_1}{R}}$$

Q.5.Déterminer l'amplitude de déplacement du poussoir $\boldsymbol{\Delta y = y_{max} - y_{min}}$.

On dérive l'expression pour trouver les extremums.

$$\dot{y} = \frac{(L\sin\theta_2)'\left(\cos\theta_2 - \frac{L_1}{R}\right) - (L\sin\theta_2)\left(\cos\theta_2 - \frac{L_1}{R}\right)'}{\left(\cos\theta_2 - \frac{L_1}{R}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \dot{y} = \frac{L\dot{\theta}_2\cos\theta_2\left(\cos\theta_2 - \frac{L_1}{R}\right) + (L\sin\theta_2)\dot{\theta}_2\sin\theta_2}{\left(\cos\theta_2 - \frac{L_1}{R}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \dot{y} = \frac{L\dot{\theta}_2\left(1 - \frac{L_1}{R}\cos\theta_2\right)}{\left(\cos\theta_2 - \frac{L_1}{R}\right)^2}$$

$$\dot{y} = 0 \Leftrightarrow \left(1 - \frac{L_1}{R}\cos\theta_2\right) = 0 \Leftrightarrow \cos\theta_2 = \frac{R}{L_1}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \theta_2 = Arccos\left(\frac{R}{L_1}\right) = 0{,}93\, rad \\ \text{ou} \\ \theta_2 = -Arccos\left(\frac{R}{L_1}\right) = -0{,}93\, rad \end{cases}$$

A.N. :

$$y_{min} = -0{,}37\, m$$

$$y_{max} = 0{,}37\, m$$

$$\Delta y = y_{max} - y_{min} = 0{,}74\, m$$

Q.6.Conclure vis-à-vis du cahier des charges.

$\Delta y > 0{,}5\, m$, ainsi le système respecte le cahier des charges.