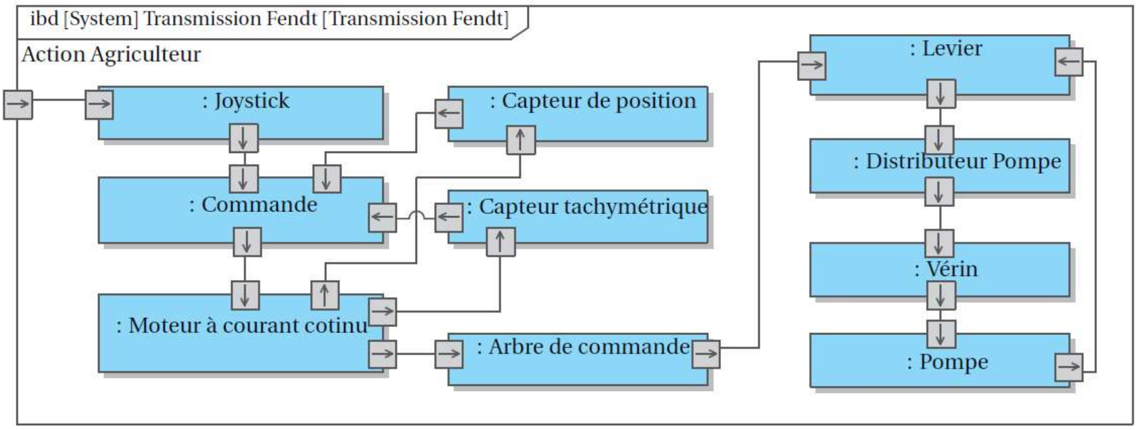
Fonctions de transfert et schéma-blocs

1. Modélisation de la fonction « convertir l'énergie » de la transmission à variation continue Vario-Fendt

1.1. Contexte

Les tracteurs de la gamme Fendt 900 Vario sont équipés d'une transmission à variation continue. Ce dispositif permet de régler la vitesse de façon continue sans à-coups et d'exploiter au mieux les capacités du moteur thermique quelle que soit la configuration de travail. Pour cela le tracteur est équipé d'un groupe hydraulique constitué d'un arbre de commande, de deux moteurs hydrauliques ainsi que d'une pompe à débit variable. Les moteurs hydrauliques ne font pas l'objet de cette étude.

La structure de la transmission est donné dans le diagramme de blocs internes suivant :



Afin de régler le débit de la pompe, on actionne un arbre de commande à l'aide d'un moteur à courant continue.

Objectif : L'objectif de cette étude est de modéliser le comportement d'un moteur à courant continu en le schématisant par un schéma bloc.

1.2. Première modélisation

Le fonctionnement d'un moteur continu peut être modélisé par les 4 équations suivantes :

- Loi d'Ohm dans le circuit induit : $u(t) = e(t) + R \times i(t)$
- Equation de la dynamique de l'arbre moteur : $J \times \frac{d\omega_m(t)}{dt} = c_m(t)$
- Equations électromécaniques : $e(t) = K_E \times \omega_m(t)$; $c_m(t) = K_c \times i(t)$

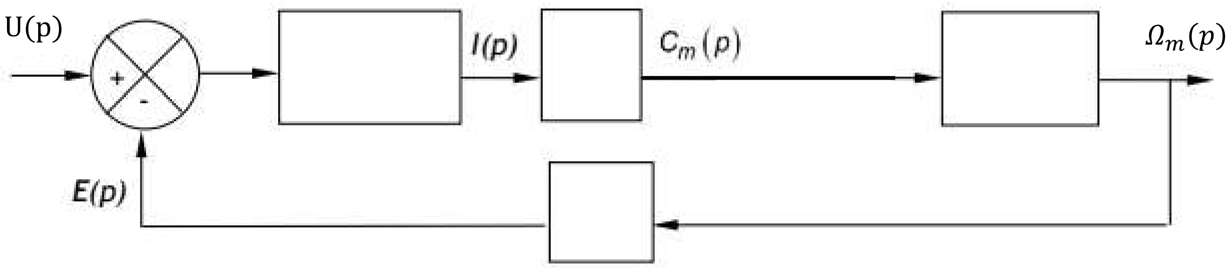
avec :

- $u(t)$ la tension d'alimentation du moteur (en V)
- $i(t)$ le courant consommé par le moteur (en A)
- $e(t)$ la tension contre-électromotrice (en V)
- R la résistance de l'induite (en Ω)
- K_E la constante de force contre-électromotrice (en $V/(rad/s)$)

- $\omega_m(t)$ vitesse de rotation de l'arbre moteur (en rad/s)
- $c_m(t)$ le couple exercé par le moteur (en N.m)
- J moment d'inertie de l'axe moteur (en $kg.m^2$)
- K_c la constante de couple (en $N.m/A$)

Q.1. **Traduire les équations dans le domaine de Laplace. On supposera que les conditions d'Heaviside sont respectées.**

Q.2. **Compléter le schéma-bloc ci-dessous permettant de modéliser le moteur.**



Q.3. **Déterminer la fonction de transfert $\boldsymbol{H(p)} = \frac{\boldsymbol{\Omega_m(p)}}{\boldsymbol{U(p)}}$. La mettre sous forme canonique.**

1.3. Seconde modélisation

Un moteur à courant continu peut être modélisé de manière plus précise grâce aux équations suivantes :

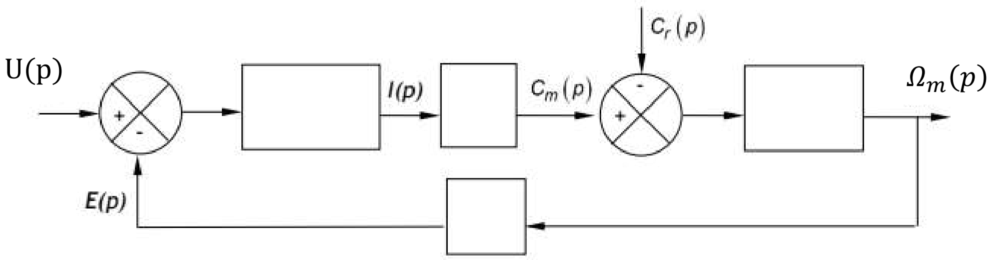
- Loi d'Ohm dans le circuit induit : $u(t) = e(t) + R \times i(t) + L \times \frac{di(t)}{dt}$
- Equation de la dynamique de l'arbre moteur : $J \times \frac{d\omega_m(t)}{dt} = c_m(t) - f_v \times \omega_m(t) - c_r(t)$
- Equation électro-mécaniques : $e(t) = K_E \times \omega_m(t)$; $c_m(t) = K_c \times i(t)$

avec :

- L l'inductance de l'induit (en H)
- $c_r(t)$ le couple résistant de l'axe moteur (en N.m)
- f_v coefficient de frottement « fluide » total (en N/m/(rad/s))

Q.4. **Traduire les équations dans le domaine de Laplace. On supposera que les conditions d'Heaviside sont respectées.**

Q.5. **Compléter alors le schéma-bloc ci-dessous permettant de modéliser le moteur.**



Q.6. Déterminer la fonction de transfert $H_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$ sans perturbation ($C_r(p) = 0$).

Q.7. Déterminer la fonction de transfert $H_2(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)}$ sans consigne en entrée ($U(p) = 0$).

Q.8. En déduire, en précisant le théorème utilisé, la fonction de transfert du moteur $H(p)$.

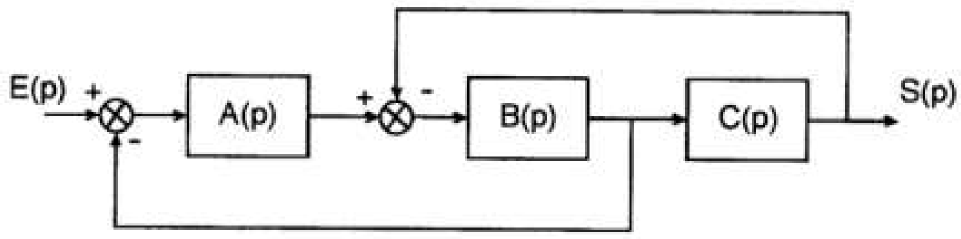
1.4. Bilan

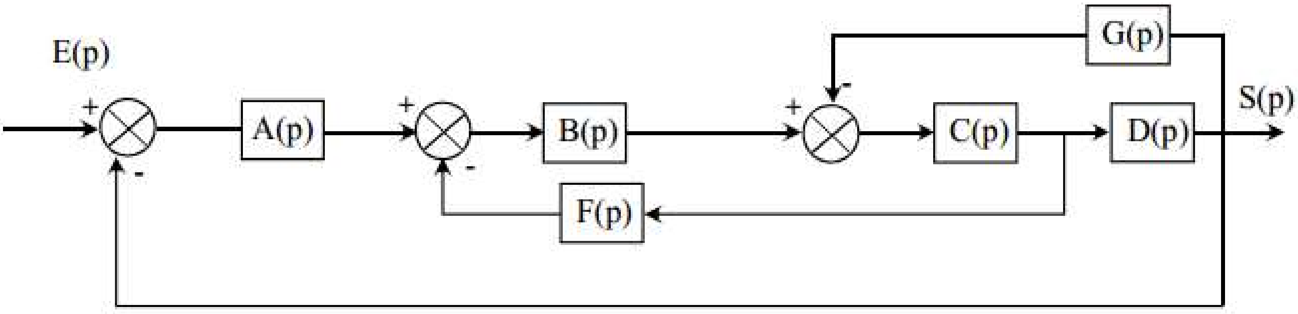
Q.9. Comparer les deux modélisations en utilisant le tableau ci-dessous :

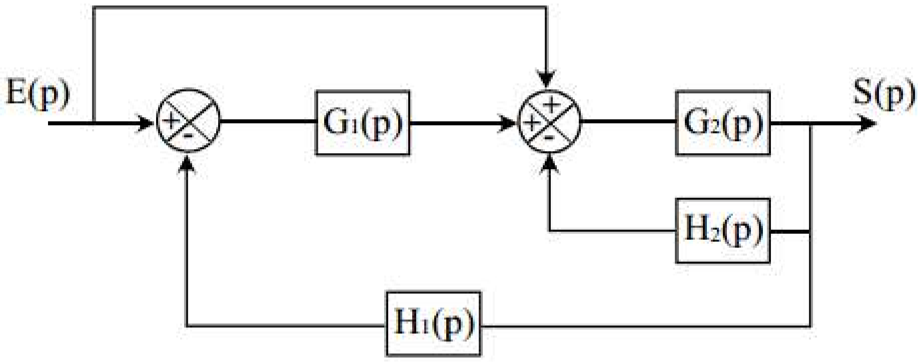
	gain	ordre	classe	Prise en compte de perturbations
1ère modélisation				
2nd modélisation				

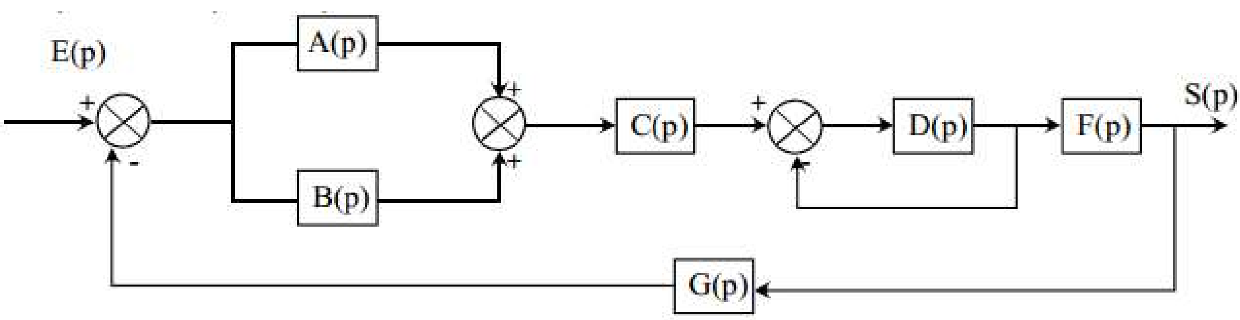
Simplification de schéma-blocs

Q.1. Simplifier puis calculer la fonction de transfert des schéma-blocs suivants. Retrouver ces fonctions de transferts par lecture du schéma-bloc.




E(p)
A(p)
B(p)
C(p)
D(p)
G(p)
F(p)
S(p)


E(p)
G1(p)
G2(p)
S(p)
H2(p)
H1(p)


E(p)
A(p)
B(p)
C(p)
D(p)
F(p)
S(p)
G(p)