



DS 1 - SI

Consignes

- Copies propres et bien présentées: encadrer vos résultats, souligner les applications numériques (avec une règle bien sûr)...
- Uniquement la calculatrice est autorisée.
- Les exercices sont indépendants.

Table des matières

1	Changements de base	2
1.1	Savoir réaliser une figure de changement de base	2
1.2	Savoir utiliser une figure de changement de base	2
2	Graphe de liaison	3
3	Machine à vapeur	3
3.1	Présentation	3
3.2	Modélisation	4
4	Réaliser un schéma bloc	5
5	Performances d'un système asservi	6
5.1	Asservissement en position	6
5.2	Asservissement en vitesse	7

1. Changements de base

1.1 Savoir réaliser une figure de changement de base

Question 1: Réaliser les figures de changement de base pour les transformations définies ci-dessous.

$$(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0) \xrightarrow{\vec{y}_0} (\vec{x}_1, \vec{y}_0, \vec{z}_1)$$

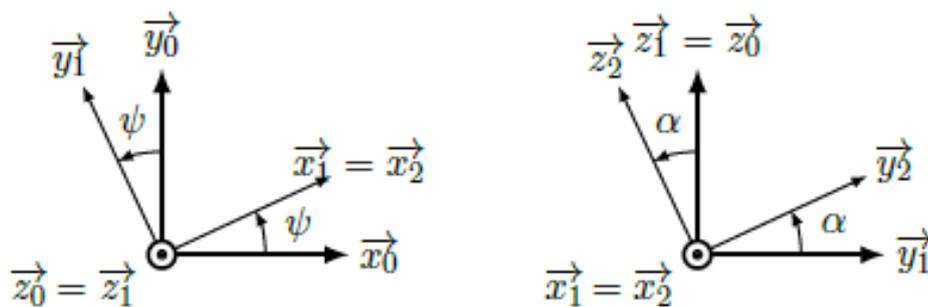
C'est à dire $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1)$.

$$(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1) \xrightarrow{\vec{x}_1} (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$$

C'est à dire $\beta = (\vec{y}_1, \vec{y}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$.

1.2 Savoir utiliser une figure de changement de base

Cette partie est indépendante de la précédente.



Question 2: Exprimer \vec{x}_1 en fonction de \vec{x}_0 et \vec{y}_0 , puis faire de même avec \vec{y}_1 .

Question 3: Exprimer \vec{z}_2 dans la base $\mathcal{B}_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

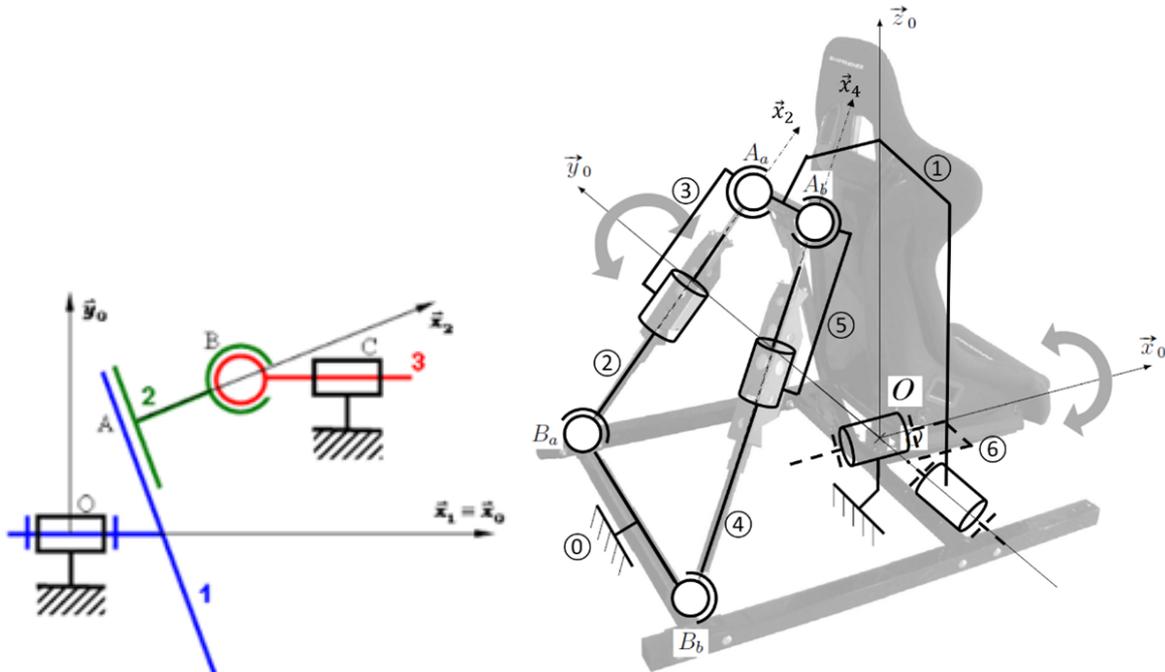
Question 4: Calculer, ou lire, les produits scalaires suivants :

- (a). $\vec{y}_1 \cdot \vec{y}_0$
- (b). $\vec{x}_2 \cdot \vec{y}_1$
- (c). $\vec{z}_1 \cdot \vec{x}_0$
- (d). $\vec{z}_2 \cdot \vec{y}_0$

2. Graphe de liaison

Question 5: Réaliser le graphe de liaison du schéma cinématique de gauche.

Question 6: Réaliser le graphe de liaison du schéma cinématique de droite.



3. Machine à vapeur

3.1 Présentation

On étudie le fonctionnement d'une machine à vapeur utilisée sur les maquettes de modèle réduit. Les différentes pièces sont modélisées sur SolidWorks sur la Figure 1. Le mécanisme est constitué de 4 classes d'équivalence cinématique :



- le bâti S_0 , qui est axé sur le bateau, constitué du corps 1 et de la bague 8 ;
- le cylindre S_1 , qui reçoit la vapeur pour déplacer le piston, constitué du cylindre 2 et de l'axe de cylindre ;
- le piston S_2 , qui va mettre en mouvement le volant d'inertie ;
- le volant d'inertie S_3 , dont la rotation sera reliée aux aubes du bateau, qui est composé du volant 4, de l'axe principal et de l'axe de volant.

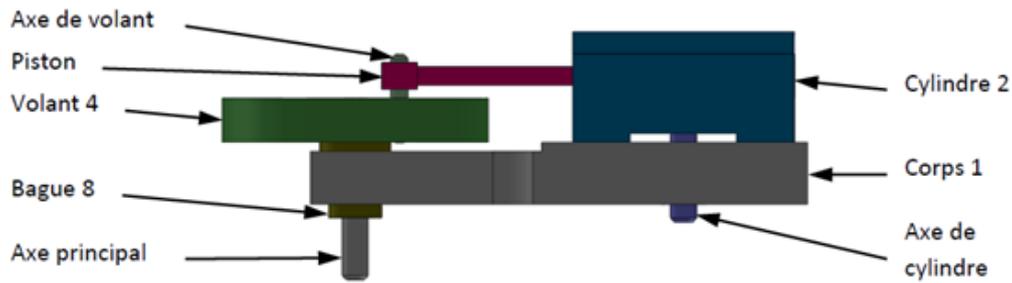


FIGURE 1 – Description du mécanisme de la machine à vapeur

L'objectif est de déterminer le débattement angulaire du cylindre au cours du mouvement de manière à savoir où positionner les entrées/sorties de vapeur d'eau.

3.2 Modélisation

La modélisation de la machine à vapeur est donnée sur le schéma cinématique paramétré de la Figure 2.

On associe au bâti S_0 le repère $\mathcal{R}_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ et on pose $\overline{AC} = L\vec{x}_0$.

Le cylindre S_1 est en liaison pivot d'axe (A, \vec{z}_0) avec le bâti S_0 . La liaison est paramétrée par l'angle $\theta_{10} = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$.

Le piston S_2 est en liaison pivot glissant d'axe (A, \vec{x}_1) avec le cylindre S_1 . La liaison est paramétrée par le vecteur $\overline{AB} = \lambda(t)\vec{x}_1$.

Le volant S_3 est en liaison pivot d'axe (B, \vec{z}_0) avec le piston S_2 . La liaison est paramétrée par l'angle $\theta_{31} = (\vec{x}_1, \vec{x}_3) = (\vec{y}_1, \vec{y}_3)$. On pose $\overline{CB} = R\vec{x}_3$.

Le volant S_3 est en liaison pivot d'axe (C, \vec{z}_0) avec le bâti S_0 . La liaison est paramétrée par l'angle $\theta_{30} = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$.

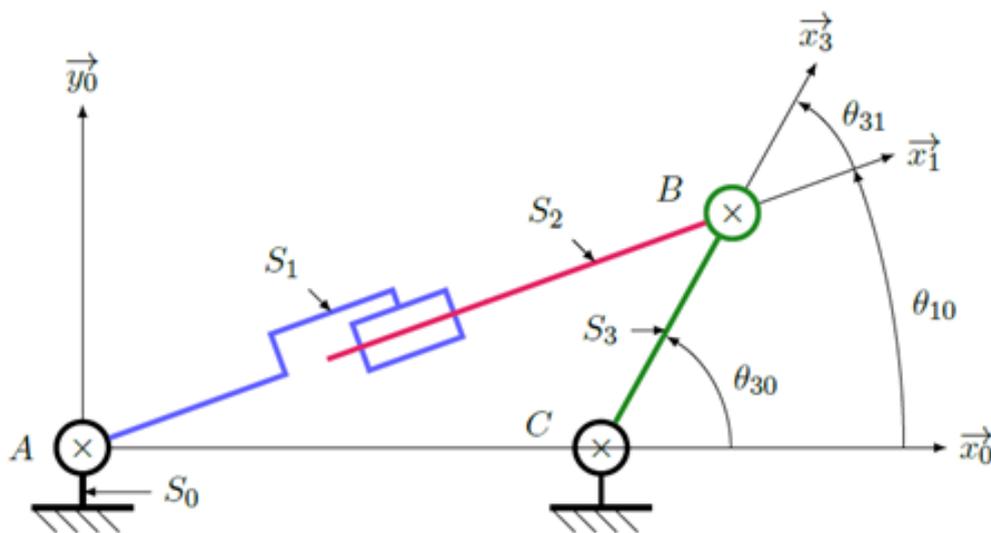


FIGURE 2 – Schéma cinématique de la modélisation de la machine à vapeur

Question 7: Réaliser le graphe des liaisons du système.

Question 8: Tracer les figures de changement de base.

Question 9: Écrire la fermeture géométrique du système et en déduire les deux équations scalaires associées par projection dans la base \mathcal{B}_0 . Écrire une relation reliant θ_{30} aux grandeurs $\lambda(t)$, L et R .

Question 10: Exprimer l'angle du cylindre S_1 , θ_{10} , en fonction de l'angle du volant S_3 , θ_{30} , de R et de L .

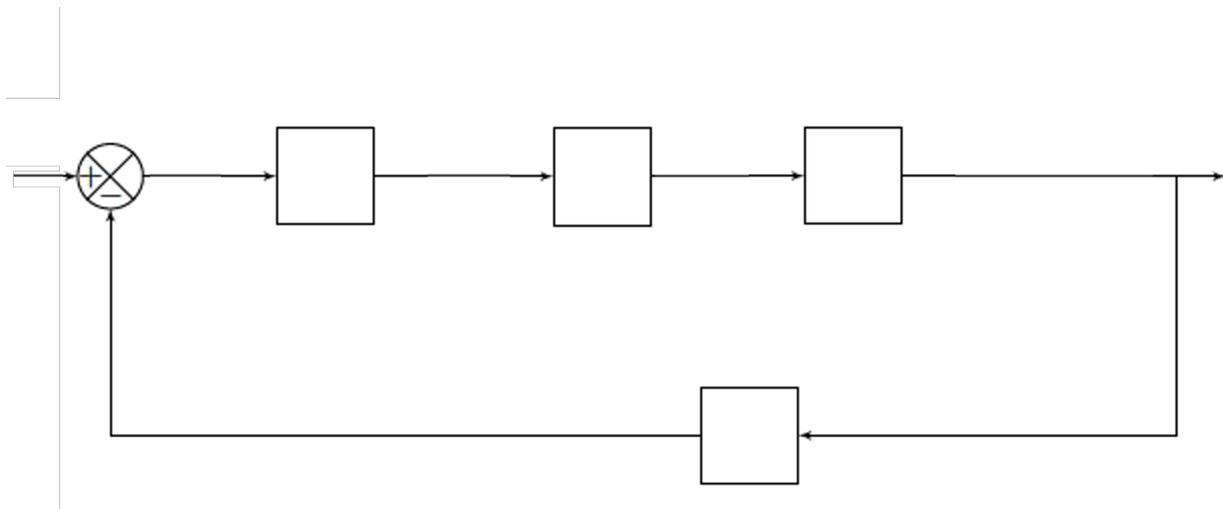
4. Réaliser un schéma bloc

On donne le modèle de connaissance du moteur à courant continu suivant :

$$\begin{aligned} u_m(t) &= e(t) + Ri(t) & e(t) &= k_e \omega_m(t) \\ J \frac{d\omega_m(t)}{dt} &= c_m i(t) & c_m(t) &= k_m i(t) \end{aligned}$$

Question 11: Exprimer ces équations dans le domaine de Laplace.

Question 12: Recopier - *rapidement et proprement* - le schéma bloc suivant puis le compléter en s'aidant des équations du moteur. L'entrée en temporelle est $u_m(t)$ et la sortie $\omega_m(t)$.



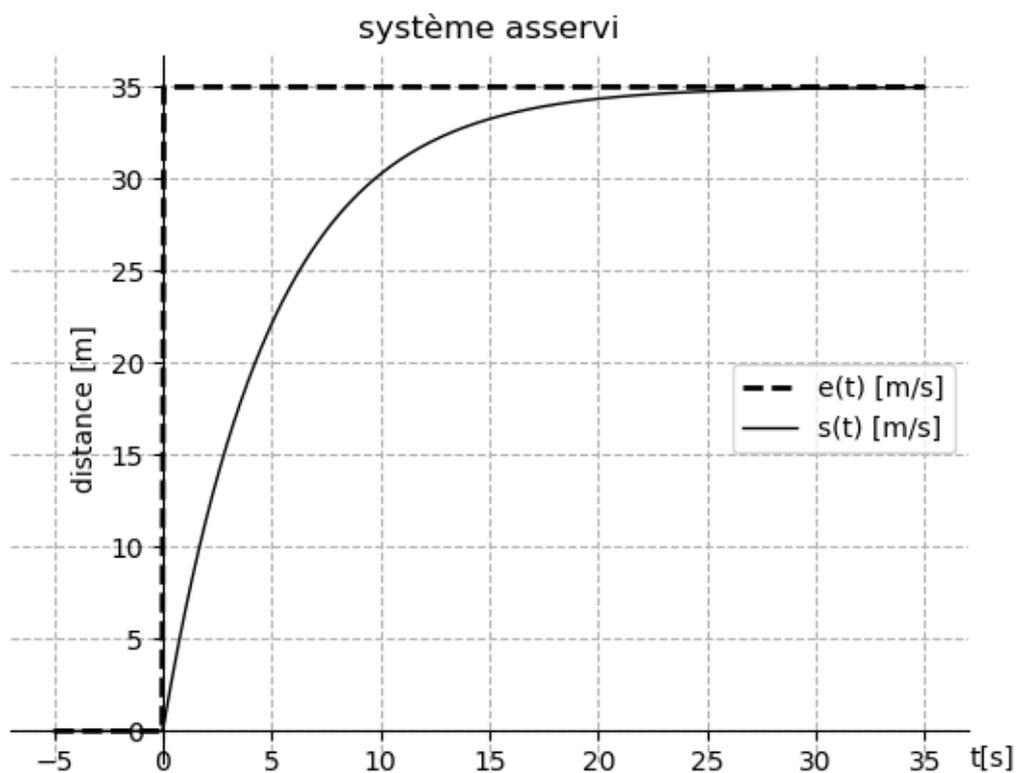
5. Performances d'un système asservi

5.1 Asservissement en position

Le cahier des charges d'un asservissement en position est proposé ci-dessous :

Critères	Niveaux
Stabilité	Le système doit être stable
Précision	Erreur statique inférieure à 5%
Rapidité	Temps de réponse à 5% inférieur à 20s
Dépassement	Premier dépassement inférieur à 10%

Ce système est soumis à une consigne en échelon. La réponse temporelle de cet essai est proposée ci-dessous.



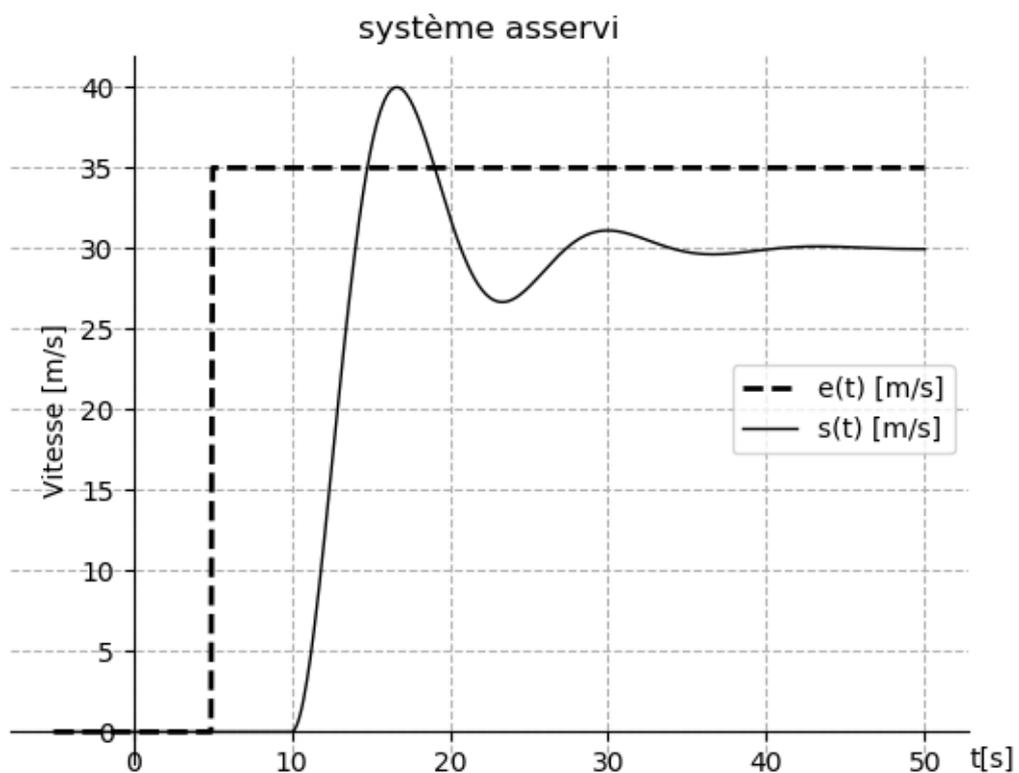
Question 13: Le système satisfait-il le cahier des charges ? Il faut bien sûr justifier à l'aide de **tous** les critères.

5.2 Asservissement en vitesse

Le cahier des charges d'un asservissement en vitesse est proposé ci-dessous :

Critères	Niveaux
Stabilité	Le système doit être stable
Précision	Erreur statique inférieure à 10%
Rapidité	Temps de réponse à 5% inférieur à 25s
Dépassement	Premier dépassement inférieur à 20%

Ce système est soumis à une consigne en échelon. La réponse temporelle de cet essai est proposée ci-dessous.



Question 14: Le système satisfait-il le cahier des charges ? Il faut bien sûr justifier à l'aide de **tous** les critères.