Petite mise en jambe

Q.1. **Déterminer la fonction de transfert on boucle fermer, que l'on notera $\boldsymbol{H(p)}$, en fonction de $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ et $\boldsymbol{d}$. Puis les remplacer par leur valeur numérique.**

La formule de Black donne : $H(p) = \dfrac{bd}{p + a + bc} = \dfrac{3}{p+2}$

Q.2. **On prend comme entrée $\boldsymbol{e(t) = 4.u(t)}$ ($\boldsymbol{u(t)}$ fonction échelon unité). En déduire l'expression de $\boldsymbol{S(p)}$.**

$$S(p) = H(p).E(p) = \frac{3}{p+2} \cdot \frac{4}{p} = \frac{12}{p(p+2)}$$

Q.3. **En déduire l'expression de $\boldsymbol{s(t)}$.**

$$\frac{12}{p(p+2)} = \frac{\alpha}{p+2} + \frac{\beta}{p} = \frac{-6}{p+2} + \frac{6}{p}$$

D'où

$$s(t) = 6(1 - e^{-2t})u(t)$$

Régulateur de vitesse

Q.4. **L'asservissement est-il régulateur ou suiveur dans ce cas ?**

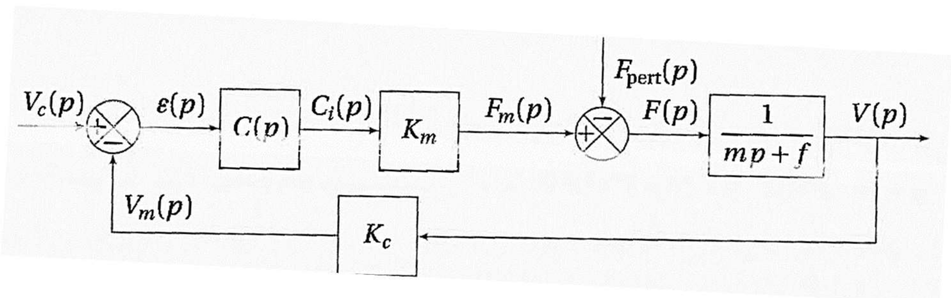
L'asservissement est régulateur car la consigne de vitesse est constante en fonctionnement normal.

Q.5. **Transformer dans le domaine de Laplace l'équation de comportement du véhicule, dans l'hypothèse des conditions de Heaviside (conditions initiales nulles).**

La transformée de Laplace à l'équation de comportement du véhicule $m\frac{dV}{dt}(t) = F(t) - f\,V(t)$ conduit dans les conditions de Heaviside à

$$mpV(p) = F(p) - f\,V(p) \;\Rightarrow (mp + f)V(p) \;= F(p) \Rightarrow \frac{V(p)}{F(p)} = \frac{1}{mp+f}$$

Q.6. **Recopier le schéma-blocs figure 1 du système asservi en replaçant chaque mot par une fonction de transfert.**



Q.7. **Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $\boldsymbol{\frac{V_m(p)}{\varepsilon(p)}}$ ainsi que la fonction de transfert en boucle fermée $\boldsymbol{\frac{V(p)}{V_c(p)}}$ en considérant la perturbation nulle $\boldsymbol{F_{pert}(p) = 0}$.**

$$FTBO(p) = \frac{V_m(p)}{\varepsilon(p)} = C(p)K_m\frac{1}{mp+f}K_c = \frac{K_mK_p}{mp+f}$$

La fonction de transfert en boucle fermée s'écrit par la formule de Black :

$$FTBF(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{C(p)K_m \frac{1}{mp+f}}{1 + C(p)K_m \frac{1}{mp+f}K_c} = \frac{K_m K_p}{mp + f + K_m K_p}$$

Q.8. **Mettre la fonction de transfert en boucle fermée sous la forme canonique $\frac{K}{1+\tau p}$ où K et la constante de temps τ sont à déterminer. En déduire l'ordre et la classe du système.**

Par identification

$$\begin{cases} K = \dfrac{K_m K_p}{f + K_m K_p} \\ \tau = \dfrac{m}{f + K_m K_p} \end{cases}$$

Il s'agit d'une fonction de transfert d'ordre 1 (degré du polynôme du dénominateur) et de classe 0 (pas de p en facteur au dénominateur).

Q.9. **Déterminer le pôle de la fonction de transfert en boucle fermée et en déduire si le système est stable.**

Le pôle est la racine du dénominateur vaut $p = -\frac{1}{\tau}$. Il est réel négatif donc le système est stable.

Q.10. **À partir de l'ordre de la fonction de transfert, indiquer si le système présente des dépassements pour une entrée en échelon.**

Un système du premier ordre ne présente pas de dépassements pour une entrée en échelon donc ce critère du cahier des charges est validé.

Q.11. **Déterminer la valeur finale de $V(t)$ pour une entrée en échelon $V_c(t) = V_0.u(t)$ (et une perturbation nulle). En déduire si le système est précis ou non.**

L'entrée en échelon s'exprime dans le domaine de Laplace $V_c(p) = \frac{V_0}{p}$. La sortie vaut alors dans le domaine de Laplace : $V(p) = \frac{K}{1+\tau p}\frac{V_0}{p}$. La valeur à convergence s'obtient alors par le théorème de la valeur finale :

$$\lim_{t\to\infty} V(t) = \lim_{p\to 0} pV(p) = \lim_{p\to 0} p\frac{K}{1+\tau p}\frac{V_0}{p} = KV_0 \neq V_0 \quad \text{car } K \neq 1$$

Le système n'est donc pas précis : il ne converge pas vers la valeur consigne.

Q.12. **Déterminer le temps de réponse à 5 % et comparer la valeur obtenue à celle exigée au cahier des charges. Le cahier des charges est-il satisfait ?**

Pour un système du premier ordre, le temps de réponse à 5% vaut 3τ. Le temps de réponse s'écrit alors $t_{5\%} = \frac{3m}{f+K_m K_p} = 17{,}4$ s. Cette valeur est bien inférieure aux 20s exigées dans le cahier des charges.

Q.13. **Dans le cas où le correcteur vaut $C(p) = \frac{K_i}{p}$, avec $K_i = 0{,}01$ (correction intégrale pure), déterminer les nouvelles performances de stabilité et précision.**

Avec le nouveau correcteur $C(p) = \frac{K_i}{p}$ la fonction de transfert en boucle fermée devient :

$$FTBF(p) = \frac{C(p)K_m \frac{1}{mp+f}}{1 + C(p)K_m \frac{1}{mp+f}K_c} = \frac{K_m K_i}{p(mp+f) + K_m K_i} = \frac{1}{1 + \frac{f}{K_m K_i}p + \frac{m}{K_m K_i}p^2}$$

Tous les coefficients du dénominateur sont de même signe, donc la stabilité est conservée et cette fois :

$$\lim_{t\to\infty} V(t) = \lim_{p\to 0} pV(p) = \lim_{p\to 0} p \frac{1}{1 + \frac{f}{K_m K_i} p + \frac{m}{K_m K_i} p^2} \frac{V_0}{p} = V_0$$

Le système est donc bien précis avec ce nouveau correcteur.