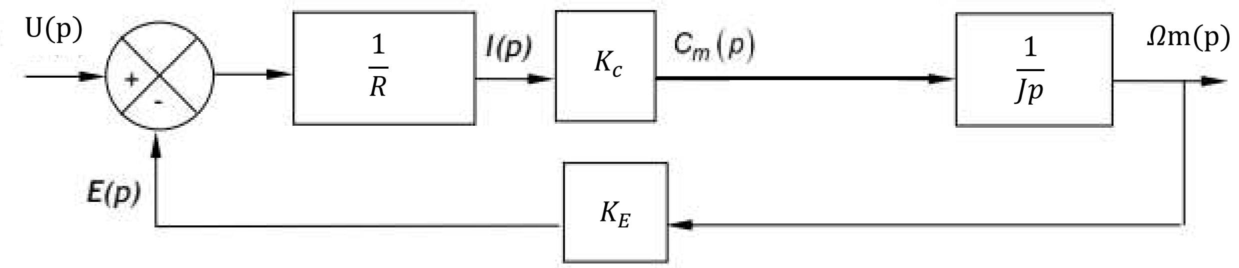
1. Modélisation de la fonction « convertir l'énergie » de la transmission à variation continue Vario-Fendt

Q.1. Traduire les équations dans le domaine de Laplace. On supposera que les conditions d'Heaviside sont respectées.

$$U(p) = E(p) + R \times I(p)$$
$$Jp \times \Omega_m(p) = C_m(p)$$
$$E(p) = K_E \times \Omega_m(p)$$
$$C_m(p) = K_c \times I(p)$$

Q.2. Compléter le schéma-bloc ci-dessous permettant de modéliser le moteur.

Q.3. Déterminer la fonction de transfert $\boldsymbol{H(p)} = \frac{\boldsymbol{\Omega_m(p)}}{\boldsymbol{U(p)}}$. La mettre sous forme canonique.

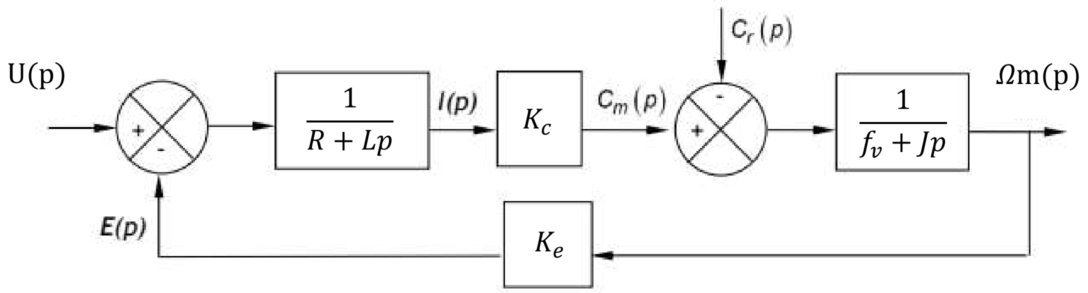


$$\mathrm{H(p)} = \frac{\frac{K_c}{RJp}}{1+\frac{K_cK_E}{RJp}} = \frac{K_c}{RJp + K_cK_E} = \frac{1}{K_E}\frac{1}{1+\frac{RJ}{K_EK_c}p}$$

Q.4. Traduire les équations dans le domaine de Laplace. On supposera que les conditions d'Heaviside sont respectées.

$$U(p) = E(p) + R \times I(p) + Lp \times I(p)$$
$$Jp \times \Omega_m(p) = C_m(p) - f_v \times \Omega_m(p) - C_r(p)$$
$$E(p) = K_E \times \Omega_m(p)$$
$$C_m(p) = K_c \times I(p)$$

Q.5. Compléter alors le schéma-bloc ci-dessous permettant de modéliser le moteur.



Q.6. **Déterminer la fonction de transfert $H_1(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$ sans perturbation ($C_r(p) = 0$).**

$$\mathrm{H}_1(\mathrm{p}) = \frac{\dfrac{K_c}{(R+Lp)(f_v+Jp)}}{1+\dfrac{K_cK_e}{(R+Lp)(f_v+Jp)}} = \frac{K_c}{(R+Lp)(f_v+Jp)+K_cK_e}$$
$$= \frac{K_c}{K_eK_c+Rf_v}\frac{1}{1+\dfrac{RJ+Lf_v}{K_eK_c+Rf_v}p+\dfrac{LJ}{K_eK_c+Rf_v}p^2}$$

Q.7. **Déterminer la fonction de transfert $H_2(p) = \frac{\Omega_m(p)}{C_r(p)}$ sans consigne en entrée ($U(p) = 0$).**

$$\mathrm{H}_2(\mathrm{p}) = \frac{-\dfrac{1}{f_v+Jp}}{1+\dfrac{K_cK_e}{(R+Lp)(f_v+Jp)}} = \frac{-(R+Lp)}{(R+Lp)(f_v+Jp)+K_cK_e}$$
$$= \frac{-R}{K_eK_c+Rf_v}\frac{1+\dfrac{L}{R}p}{1+\dfrac{RJ+Lf_v}{K_eK_c+Rf_v}p+\dfrac{LJ}{K_eK_c+Rf_v}p^2}$$

Q.8. **En déduire, en précisant le théorème utilisé, la fonction de transfert du moteur $H(p)$.**

D'après le théorème de superposition :

$$\Omega_m(p) = H_1(p)U(p) + H_2(p)C_r(p)$$

Q.9. **Comparer les deux modélisations en utilisant le tableau ci-dessous :**

	gain	ordre	classe	Prise en compte de perturbations
1ère modélisation	$\frac{1}{K_e}$	1	0	non
2nd modélisation	$\frac{K_c}{K_eK_c+Rf_v}$	2	0	oui

Simplification de schéma-blocs

Q.1. *Simplifier puis calculer la fonction de transfert des schéma-blocs suivants. Retrouver ces fonctions de transferts par lecture du schéma-bloc.*

On ne peut pas directement utiliser la formule de Black car les boucles sont imbriquées. Pour les désimbriquer, on peut par exemple décaler vers l'amont (la gauche) le comparateur qui est entre A(p) et B(p).

En faisant ainsi, le retour de cette boucle devient $\frac{1}{A(p)}$. On peut alors utiliser la formule de Black sur la boucle interne : $FTCD_1 = A(p).B(p)$, $FTCR_1 = 1$ d'où $FTBF_1 = \frac{A(p).B(p)}{1+A(p).B(p)}$. Il reste à faire une deuxième formule de Black avec la boucle restante. Il vient :

$$H(p) = \frac{ABC}{1 + AB + BC}$$

Là non plus il n'est pas possible de faire directement des formules de Black.

$$H(p) = \frac{ABCD}{1 + CDG + BCF + ABCD}$$

Dans un premier temps, on peut séparer le comparateur de droite à trois entrées en deux comparateurs à deux entrées. Ensuite on peut réaliser une formule de Black avec le comparateur à droite. Il ne reste alors que deux comparateurs : nous avons (encore) deux boucles imbriquées. Nous allons déplacer le comparateur de droite vers l'amont. Pour cela nous divisons sur la chaîne (attention pas retour, elle va vers la sortie), par $\frac{1}{G_1(p)}$. On s'aperçois alors que les deux entrées de $E(p)$ sont en parallèle, on peut donc simplifier ce comparateur par un bloc $\frac{1}{G_1(p)} + 1$. Il ne reste plus qu'à faire une formule de Black.

$$H(p) = \frac{G_2\left(\frac{1}{G_1(p)} + 1\right)}{1 + G_1H_1 + G_2H_2H_1}$$

$$H(p) = \frac{(A + B)CDF}{1 + D + (A + B)CDFG}$$