Correction DS 3 - SI

Consignes

— Copies propres et bien présentées: $\boxed{\text{encadrer vos résultats}}$, souligner les applications numériques (avec une règle bien sûr)...

— Uniquement la calculatrice est autorisée.

— Les exercices sont indépendants.

Table des matières

1. Colleuse de lamelles

1.1 Présentation

1.1.a Mise en situation

Le groupe TECH-INTER commercialise du matériel de laboratoire d'histopathologie. Cette spécialité médicale consiste à découper des tissus d'organes en fine épaisseur ($4-5\mu m$). Ces tissus sont ensuite collés sur des lames de verres de $2mm$ d'épaisseur puis colorés chimiquement dans un automate. Pour certains tissus, il est nécessaire de coller sur les tissus colorés une lamelle de verre de $0,3mm$ d'épaisseur afin de les protéger. Cette dernière opération est très délicate à effectuer manuellement et très longue, une étude pouvant comporter plusieurs centaines de lames. L'appareil appelé « Colleuse de lamelle » automatise ce procédé.

1.1.b Préparation de l'appareil

Les lames sont placées manuellement dans des paniers disposés dans des bacs inox remplis de toluène. Ces bacs sont positionnés sur un rail de transport puis glissés dans l'appareil. Un tiroir de rangement ayant été préalablement chargé en lamelles, un récipient de colle ayant été placé dans l'appareil et des racks de réception glissés dans l'élévateur, le cycle peut commencer.

1.1.c Cycle de collage

L'opérateur programme la quantité de colle et le temps de séchage des lames collées puis appuie sur le bouton START. Le cycle se réalise alors automatiquement.
Le tapis roulant fait avancer le bac contenant le panier et un système de comptage détermine le nombre n de lames et leur position dans le panier.
Un mécanisme bielle – manivelle muni d'une pince positionne une lame horizontalement et la dépose sur le support de lame. Dans le même temps, une lamelle est aspirée du tiroir de rangement grâce à une pompe à vide puis est positionnée par un bras manipulateur audessus de la lame.
Un distributeur de colle dépose la colle sur la lame puis la lamelle descend sur la lame.
L'ensemble collé « lame – lamelle » est stocké dans un rack par le support de lame.

1.1.d Partie opérative et partie commande

Les actions de positionnement de la lame et de la lamelle sont réalisées grâce à des mécanismes de type :

— « *bielle – manivelle* » pour le positionnement de la lame;

— « *bras manipulateur* » pour le positionnement de la lamelle.

Les actions permettant de compter les lames, de positionner les lames et les lamelles, de coller la lamelle sur la lame, de stocker les ensembles « lame + lamelle collées » sont coordonnées et commandées par une unité centrale.

1.2 Étude de l'asservissement du système de préhension

1.2.a Présentation

Le mouvement peut être décomposé comme suit :

— Un mouvement de rotation commandé par une came ;

— Un mouvement de translation commandé par un système vis-écrou.

Ce mouvement de translation fait l'objet de l'étude de cette partie.

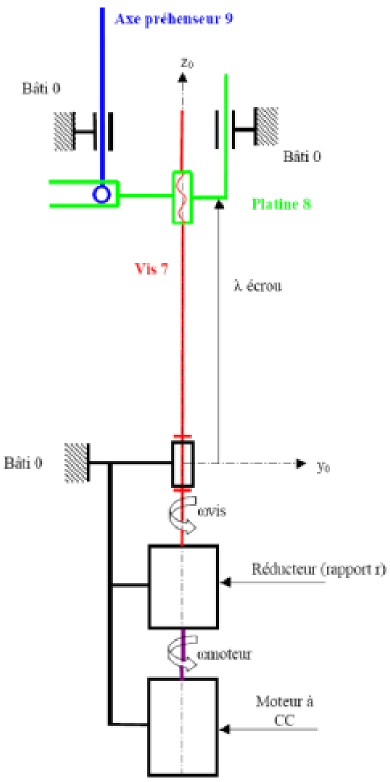
Un moteur à courant continu entraîne un réducteur à engrenage. Sur l'axe de ce dernier est accouplée une vis en acier 7 qui entraîne un écrou monté sur une platine 8 en liaison glissière avec le bâti 0 de la colleuse. Cette platine entraîne l'axe 9 du système de préhension d'un mouvement vertical (schéma cinématique ci-contre).
On note $\lambda(t)$ le déplacement de l'écrou par rapport au bâti et $v_e(t)$ sa vitesse de translation.
Le moteur à courant continu est régi par les équations suivantes :

$$u(t) = e(t) + u_R(t) = e(t) + R.i(t) \tag{1}$$

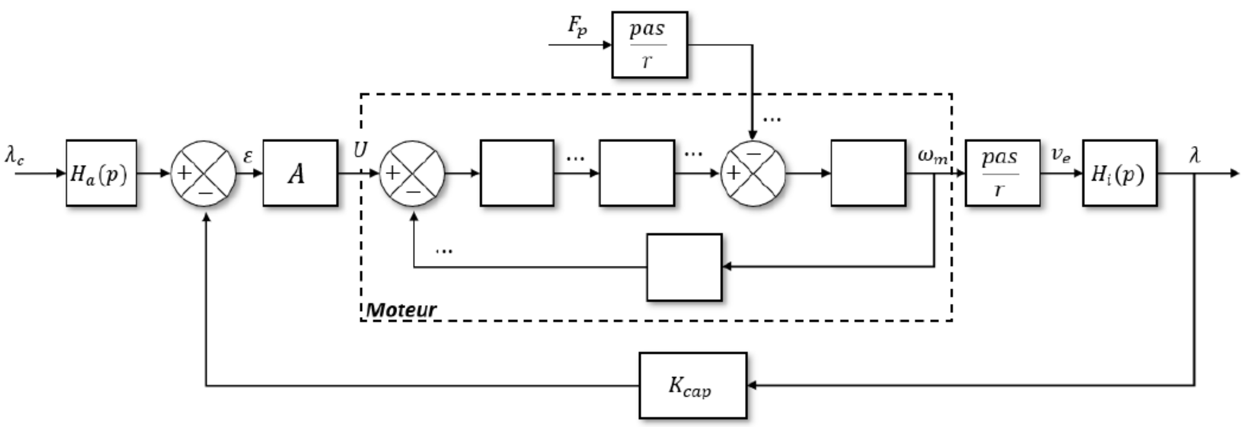
$$J.\frac{d\omega(t)}{dt} = C_m(t) + C_r(t) \tag{2}$$

$$C_m(t) = K.i(t) \tag{3}$$

$$e(t) = K.\omega_m(t) \tag{4}$$



Le poids de la platine et les efforts extérieurs génèrent une force perturbatrice $F_p(t)$. L'application du principe fondamental de la dynamique permet d'écrire $C_r(t) = \frac{pas}{r}F_p(t)$.
Ce mécanisme de préhension est commandé en position de consigne λ_c suivant le schéma bloc suivant :

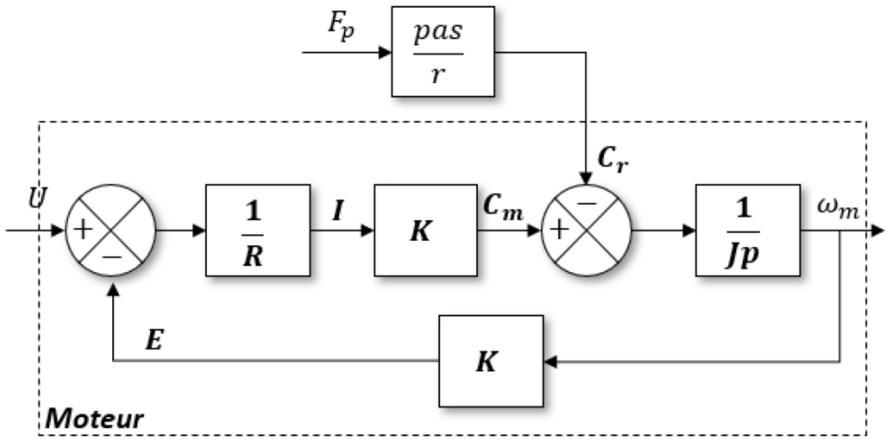


Question 1: Écrire les transformées de Laplace des équations du moteur.

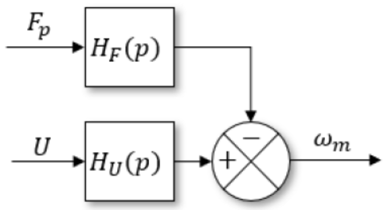
Réponse 1: On considère les conditions de Heaviside respectées :
$U(p) = E(p) + RI(p)$
$E(p) = K\Omega_m(p)$
$Jp\Omega_m(p) = C_m(p) + C_r(p)$
$C_m(p) = KI(p)$

Question 2: Recopier, *rapidement et proprement*, puis compléter les blocs du moteur ainsi que les grandeurs indiquées par "...". On se limitera à la partie *moteur*.

Réponse 2:



La partie moteur peut se mettre sous la forme :



Question 3: Donner les expressions des fonctions $H_F(p)$ et $H_U(p)$, les mettre sous la forme canonique d'un premier ordre. On notera K_U et K_F les gains de ces fonctions et τ_U et τ_F leur constante de temps.

Réponse 3: Nous allons utiliser le théorème de superposition.
Dans un premier temps on considère $F_p(p) = 0$. D'après la formule de Black il vient : $H_U(p) = \dfrac{\dfrac{K}{RJp}}{1+\dfrac{K^2}{RJp}}$ soit sous forme canonique $\boxed{H_U(p) = \dfrac{\dfrac{1}{K}}{1+\dfrac{RJ}{K^2}p}}$.
Ensuite on considère $U(p) = 0$ et $F_p(p) \neq 0$. On fait attention aux signes dans le comparateur pour utiliser la formule de Black et de bien identifier la fonction de transfert en chaîne directe.
Il vient $H_F(p) = \dfrac{pas}{r}\dfrac{\dfrac{1}{Jp}}{1+\dfrac{K^2}{RJp}}$ soit sous forme canonique $\boxed{H_F(p) = \dfrac{\dfrac{pasR}{rK^2}}{1+\dfrac{RJ}{K^2}p}}$.

Question 4: Donner les expressions de K_U, K_F, τ_U et τ_F en fonction des caractéristiques du moteur K, R, J, r et pas.

Réponse 4: On a $\boxed{K_U = \dfrac{1}{K}}$, $\boxed{K_F = \dfrac{pasR}{rK^2}}$ et $\boxed{\tau_U = \tau_F = \dfrac{RJ}{K^2}}$.

La figure 1 donne la réponse de la vitesse de rotation ω_m pour une entrée en échelon d'amplitude $U_0 = 24V$ ($F_p = 0$).

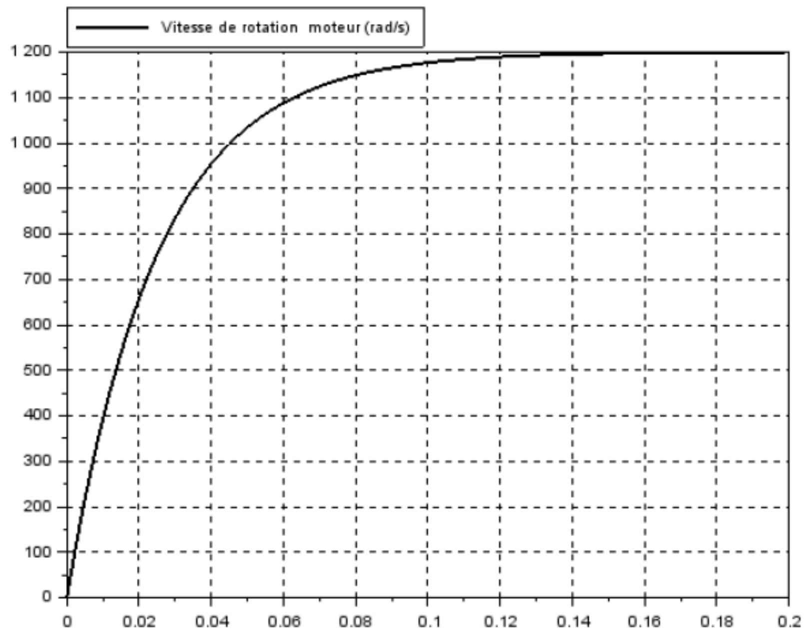


FIGURE 1 – Réponse de la vitesse de rotation ω_m pour une entrée en échelon d'amplitude $U_0 = 24V$ ($F_p = 0N$)

La figure 2 donne la réponse de la vitesse de rotation ω_m pour une force perturbatrice en échelon d'amplitude $F_0 = 100N$ ($U = 0V$).

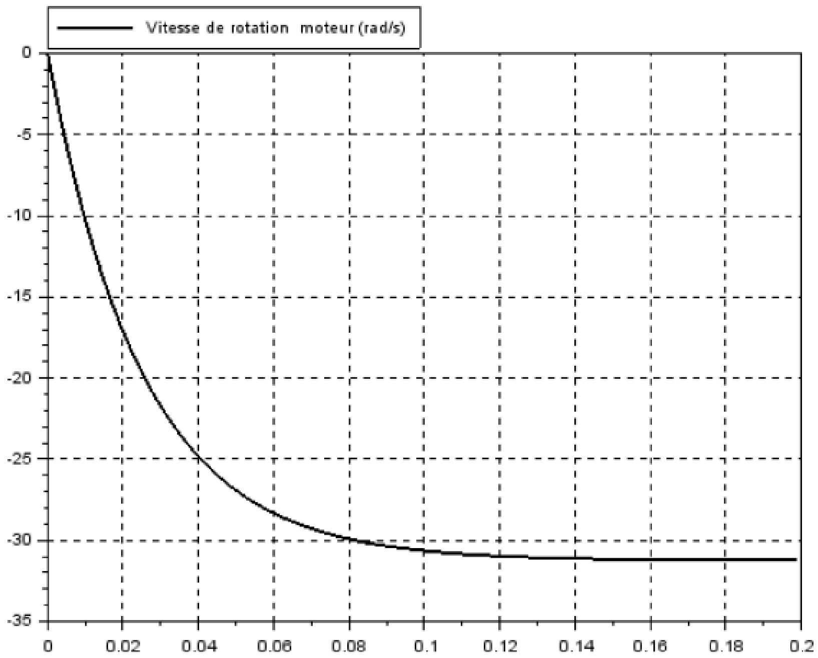


FIGURE 2 – Réponse de la vitesse de rotation ω_m pour une force perturbatrice en échelon d'amplitude $F_0 = 100N$ $(U = 0V)$

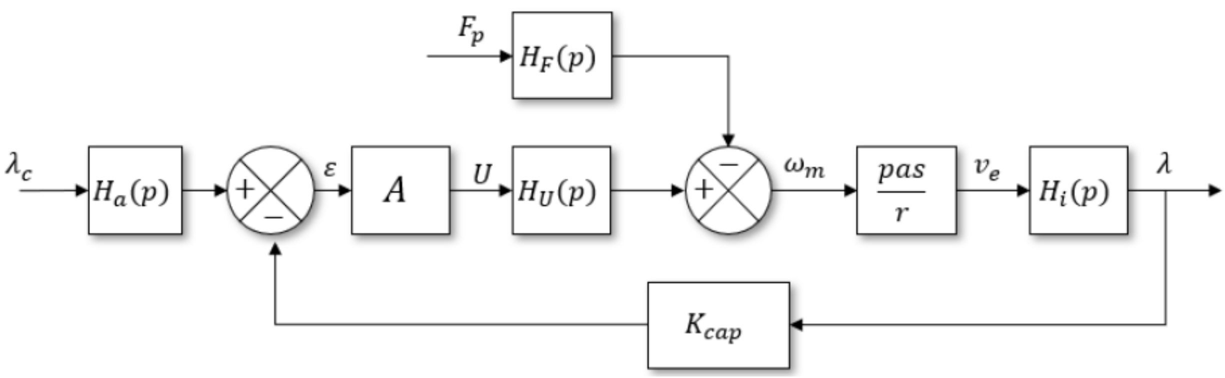
Question 5: A partir des figures 1 et 2, déduire, en justifiant, les valeurs numériques de K_F, K_U et τ_F.

Réponse 5: En utilisant la méthode de la tangente à l'origine ou en prenant le temps pour lequel la réponse atteint 63% de sa valeur finale, on trouve $\boxed{\tau_F = 0,025s}$. Pour déterminer les gains, un premier ordre temps vers $K.A$ où A est l'amplitude de l'échelon, et $K_U U_0 = 1200 rad.s^{-1}$ $K_F F_0 = 31 rad.s^{-1}$, on en déduit $\boxed{K_U = 50 rad.s^{-1}V^{-1}}$ et $\boxed{K_F = 0,31 rad.s^{-1}N^{-1}}$.

Question 6: Déterminer le temps de réponse à 5% de $H_U(p)$ par deux méthodes.

Réponse 6: On sait que pour un premier ordre $t_{r5\%} = 3\tau$ d'où $\boxed{t_{r5\%} = 0,075s}$. On retrouve ce résultat par lecture graphique, en prenant le temps pour lequel la réponse atteint 95% de sa valeur finale.

Le schéma bloc de l'asservissement s'écrit maintenant sous la forme :



Question 7: Donner l'expression de $H_i(p)$.

Réponse 7: λ est une position et v_e est une vitesse, la relation en vitesse et position est une relation de dérivée. Pour obtenir la position à partir de la vitesse, il faut intégrer, soit diviser par p dans le domaine de Laplace, d'où $\boxed{H_i(p) = \frac{1}{p}}$.

Question 8: Donner, en justifiant, l'expression de la fonction de transfert $H_a(p)$. *Indication : il faut avoir $\varepsilon = 0$ et $\lambda_c = \lambda$, il suffit ensuite d'exprimer ε en fonction d'un λ.*

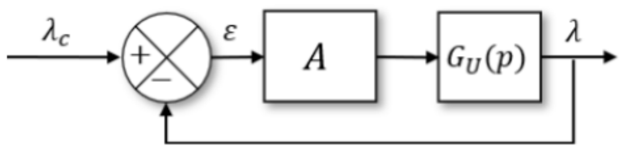
Réponse 8: On a $\varepsilon(p) = \lambda_c H_a(p) - \lambda K_{cap}$, or $\varepsilon = 0$ et $\lambda_c = \lambda$, on en déduit $\boxed{H_a(p) = K_{cap}}$.

1.2.b Étude de l'asservissement en position sans perturbation ($F_p = 0$)

Le cahier des charges impose pour une entrée en échelon :

- Une erreur nulle ;
- Un dépassement nul.

Pour cette partie, on peut montrer que le schéma bloc précédent peut se mettre sous la forme :



Où $G_U(p) = \dfrac{C_U}{p(1+\tau_U.p)}$; $C_U = 6,25.10^{-4} m.V^{-1}$ et $\tau_U = 0,025 s$.

Question 9: Déterminer la FTBF du système entier $G_\lambda(p) = \dfrac{\lambda(p)}{\lambda_c(p)}$ en fonction de τ_U, C_U et A. Mettre cette fonction sous forme canonique d'un système du second ordre.

Réponse 9: Il suffit d'appliquer la formue de Black : $G_\lambda(p) = \dfrac{\dfrac{AC_U}{p(1+\tau p)}}{1+\dfrac{AC_U}{p(1+\tau p)}}$ soit sous forme canonique $\boxed{G_\lambda(p) = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{AC_U}p+\dfrac{\tau_U}{AC_U}p^2}}$.

On donne la forme canonique d'un système du second ordre :

$$G_\lambda(p) = \frac{K_\lambda}{1+\dfrac{2\xi}{\omega_0}p+\dfrac{1}{\omega_0^2}p^2}$$

Question 10: Déterminer l'erreur en régime permanent pour une entrée en échelon. Le système valide-t-il le cahier des charges ?

Réponse 10: Le gain vaut $K_\lambda = 1$ donc le système est précis. On peut aussi remarquer que la FTBO est de classe 1, pour une entrée en échelon, on sait que l'erreur est nulle. Sinon, il est nécessaire de faire le calcul.

Question 11: Afin d'éviter les dépassements, le coefficient d'amortissement ξ doit être égale à 1. Déterminer littéralement la valeur de A pour ce réglage en fonction des constantes du système puis calculer la valeur numérique de A.

Réponse 11: Par identification des coefficients du polynôme, il vient :
$\omega_0 = \sqrt{\frac{AC_U}{\tau_U}}$ d'où $\xi = \frac{1}{2AC_U}\sqrt{\frac{AC_U}{\tau_U}}$.
On souhaite $\xi = 1$, d'où $\boxed{A = \frac{1}{4\tau C_U}} = 160000$.

Question 12: Calculer la pulsation propre non amortie ω_0 avec cette valeur maximale de A en fonction des composantes du système, calculer la valeur numérique de ω_0.

Réponse 12: D'après la question précédente, on a $\boxed{\omega_0 = \frac{1}{2\tau_U}} = 20$.

Question 13: Il est maintenant possible de mettre $G_\lambda(p)$ sous la forme canonique la plus simple.

Réponse 13: En remplaçant A dans l'expression de $G_\lambda(p)$, il vient :

$$G_\lambda(p) = \frac{1}{1 + \frac{4\tau K_{cap}K_U.pas.r}{K_{cap}K_U.pas.r}p + \frac{4\tau K_{cap}K_U.pas.r.\tau}{K_{cap}K_U.pas.r}p^2} = \frac{1}{1+4\tau p+4\tau^2p^2} \text{ soit}$$

$$\boxed{G_\lambda(p) = \frac{1}{(1+2\tau p)^2}}.$$

1.2.c Étude de l'asservissement en position avec perturbation

On se propose d'évaluer l'influence d'une perturbation sur le système. Le cahier des charges impose une erreur de position maximale de $0{,}05mm$ pour une perturbation $F = 100N$.

Question 14: Déterminer la fonction de transfert $G_p(p) = \frac{\lambda(p)}{F_p(p)}$, en considérant $\lambda_c(p) = 0$, en fonction de K_F, τ_F, K_U, , τ_U, K_{capt}, A, *pas* et r.

Réponse 14: On considère $\lambda_c(p) = 0$. On fait attention aux signes dans le comparateur pour utiliser la formule de Black et de bien identifier la fonction de transfert en chaîne directe.

$$G_F(p) = H_F(p)\frac{\frac{pas}{rp}}{1+\frac{K_{cap}AH_U(p)pas}{rp}} = \frac{K_F pas}{K_{cap}AK_U pas + rp(1+\tau p)}$$

Soit sous forme canonique $\boxed{G_F(p) = \frac{\frac{K_F}{K_{cap}AK_U}}{1+\frac{r}{K_{cap}AK_U pas}p+\frac{r\tau}{K_{cap}AK_U pas}p^2}}$.

Question 15: Exprimer l'erreur $\varepsilon_p(p)$ pour une entrée en échelon de perturbation F_0 en fonction des constantes du système. En prenant la valeur de la A calculée précédemment, le cahier des charges est-il validé ?

Réponse 15: L'erreur pour une entrée en échelon de perturbation F_0 est :

$$\varepsilon_p(p) = \lim_{p\to 0^+} -\frac{pG_F(p)F_0}{p} \text{ soit } \boxed{\varepsilon_p(p) = -\frac{K_F F_0}{K_{cap} A K_U}} = 0,039mm < 0,05mm.$$

Le cahier des charges est satisfait.

2. Robot de Vincennes

2.1 Contexte

L'étude porte sur un petit robot suspendu à un fil conçu pour suivre un groupe de chevaux lors d'une course à Vincennes.

A partir d'une image fixe de la zone de course dans la ligne droite devant les gradins, un programme informatique est capable de repérer la position de chaque cheval. Il en déduit par dérivation la vitesse de chacun. Un opérateur choisi ensuite de suivre l'un des chevaux de la course. Le programme identifie la vitesse du cheval concerné et envoie cette vitesse en consigne au robot.

Lors du mouvement du cheval, on attend du robot qu'il soit capable de suivre le cheval :

— Lors de son accélération en début de course, supposée constante aux environs de $1m.s^{-2}$, en ayant au plus une erreur de traînage de $3m.s^{-1}$. Puisque le cheval accélère en l'espace de quelques secondes, le robot prendra quelques mètres de retard qu'il rattrapera ensuite s'il est capable d'avoir un écart statique nul.

— Lors de chacun de ses passages devant les gradins où l'on supposera que le cheval a une vitesse constante (environ $20km.h^{-1}$ ou $5,5m.s^{-1}$). On attend alors que le robot le suive à la même vitesse, soit un écart statique nul. Le robot sera donc légèrement en arrière du cheval, le temps d'accélérer jusqu'à obtenir la vitesse du cheval.

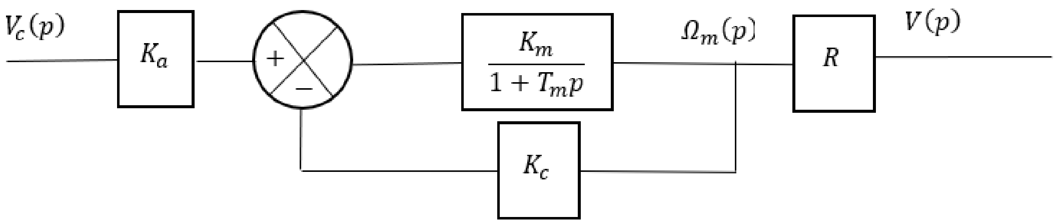
On attend du robot une aptitude à avoir atteint la vitesse du cheval en moins de 5 secondes. Les caractéristiques de l'asservissement attendues sont résumées dans le tableau suivant :

Temps de réponse à 5%	$t_{r_{5\%}} \leq 5s$
Erreur statique	$\varepsilon_s = 0$
Erreur de traînage pour une entrée en rampe unitaire	$\lvert\varepsilon_v\rvert \leq 3m.s^{-1}$

La structure de l'asservissement est la suivante.

Une consigne de vitesse V_c en entrée du système est convertie à l'aide d'un adaptateur de gain K_a en une tension qui est comparée à la tension renvoyée par un capteur de gain K_c qui mesure la vitesse de rotation en sortie de l'arbre moteur et lui associe numériquement la valeur de la vitesse du robot en sortie de l'asservissement. L'écart en tension est envoyé au moteur à courant continu, qui génère une vitesse de rotation en sortie. Une roue roule

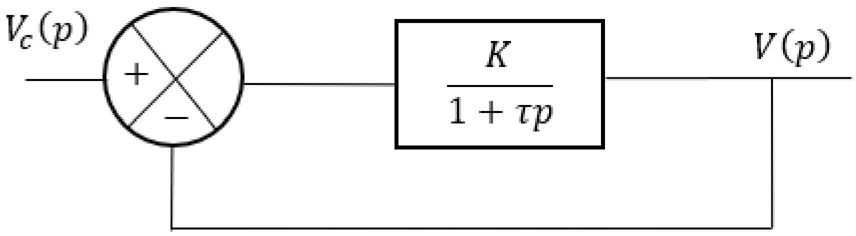
sans glisser sur le fil sur lequel le robot est suspendu. Ainsi, la vitesse du robot est telle que $V = R\omega_m$, avec R le rayon de la roue.
Le schéma bloc de l'asservissement est donc le suivant :



Question 16: Afin que l'asservissement soit correct, il faut que l'écart en sortie du comparateur soit nul **et** que l'entrée soit égale à la sortie. Exprimer cet écart en fonction de $V_c(p)$ et $V(p)$ et des données afin de déterminer la valeur de K_a pour que le système soit correctement asservi.

Réponse 16: On a $\varepsilon(p) = K_a V_c(p) - \frac{K_c}{R} V(p)$, or $\varepsilon(p) = 0$ et $V_c(p) = V(p)$, d'où $\boxed{K_a = \frac{K_c}{R}}$.

Dans ces conditions, on peut montrer que le système peut alors se mettre sous la forme d'un asservissement avec un retour unitaire :



On gardera ce schéma bloc pour la suite de l'exercice.
Après avoir choisi le moteur, le capteur et le rayon de la roue, on obtient la fonction de transfert en boucle ouverte suivante :
$G(p) = \frac{K}{1+\tau p}$ avec $K = 2$ et $\tau = 1s$.
Pour la suite, on notera $H(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)} = \frac{S(p)}{E(p)}$.

2.2 Système bouclé sans correcteur

Question 17: Donner la forme canonique de la fonction de transfert $H(p)$ et ses coefficients caractéristiques, *c'est à dire son gain noté K_{BF} et le coefficient devant le p noté τ_{BF}*, en fonction de K et τ. Faire les applications numériques.

Réponse 17: D'après la formule de Black : $H(p) = \dfrac{G(p)}{1+G(p)}$.

D'où $H(p) = \dfrac{\dfrac{K}{1+\tau p}}{1+\dfrac{K}{1+\tau p}} = \dfrac{K}{1+K+\tau p}$, soit sous forme canonique

$\boxed{H(p) = \dfrac{\dfrac{K}{1+K}}{1+\dfrac{\tau}{1+K}p}}$.

Ainsi $\boxed{K_{BF} = \dfrac{K}{1+K}}\underline{= 0,66}$ et $\boxed{\tau_{BF} = \dfrac{\tau}{1+K}}\underline{= 0,33s}$.

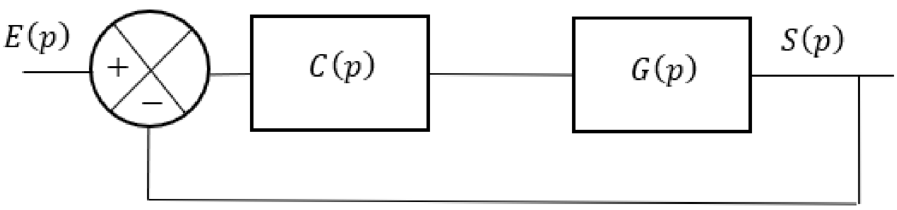
Question 18: Étudier les trois performances du cahier des charges pour ce système. *On sait que 95% de la valeur finale est atteinte pour* $3.\tau_{BF}$.

Réponse 18:

- Rapidité : $t_{r5\%} = 3\tau_{BF} = 1s < 5s$. Le critère est satisfait.
- Précision :
  - Entrée échelon : $e_{rs} = \lim\limits_{t\to+\infty} e(t) - s(t) = \lim\limits_{p\to 0^+} p(E(p) - S(p)) = \lim\limits_{p\to 0^+} p\dfrac{1}{p}(1 - H(p)) = 1 - K_{BF} \neq 0$
    Le critère de précision avec une entrée en échelon n'est pas satisfait.
  - Entrée rampe : $e_{rs} = \lim\limits_{t\to+\infty} e(t) - s(t) = \lim\limits_{p\to 0^+} p(E(p) - S(p)) = \lim\limits_{p\to 0^+} p\dfrac{1}{p^2}(1 - H(p)) = \lim\limits_{p\to 0^+} \dfrac{1}{p}(1 - K_{BF}) = +\infty$
    Le critère de précision avec une entrée en rampe n'est pas satisfait.

2.3 Système corrigé

On propose d'ajouter un correcteur tel que $C(p) = \dfrac{a}{p}$.



Question 19: Donner la forme canonique de la fonction de transfert $H(p)$.

Réponse 19: D'après la formule de Black : $H(p) = \dfrac{\dfrac{aK}{p(1+\tau p)}}{1+\dfrac{aK}{p(1+\tau p)}} = \dfrac{aK}{p+aK+\tau p^2}$, soit sous forme canonique $\boxed{H(p) = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{aK}p+\dfrac{\tau}{aK}p^2}}$.

Question 20: Déterminer son ordre, sa classe et son gain.

Réponse 20: La classe est de 0, l'ordre est de 2 et le gain est 1.

On peut montrer que la fonction peut se mettre sous la forme :

$$H(p) = \frac{K}{1+\dfrac{2\xi}{\omega_0}p+\dfrac{1}{\omega_0^2}p^2}$$

Question 21: Identifier les paramètres ξ et ω_0.

Réponse 21: Par identification des coefficients du polynôme il vient :
$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{aK}{\tau}}$ soit $\boxed{\omega_0 = \sqrt{aK}}$ et $\xi = \dfrac{\omega_0}{2aK}$ spot $\boxed{\xi = \dfrac{1}{2\sqrt{\tau aK}}}$.

Pour que le système soit le plus rapide possible, il faut $\xi = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Question 22: En déduire la valeur de a.

Réponse 22: On veut alors $\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{1}{2\sqrt{\tau aK}}$, on en déduit $\boxed{a = \dfrac{1}{2K\tau}}$=0,25.

Question 23: Étudier les deux critères de précision du cahier des charges pour ce système corrigé.

Réponse 23:

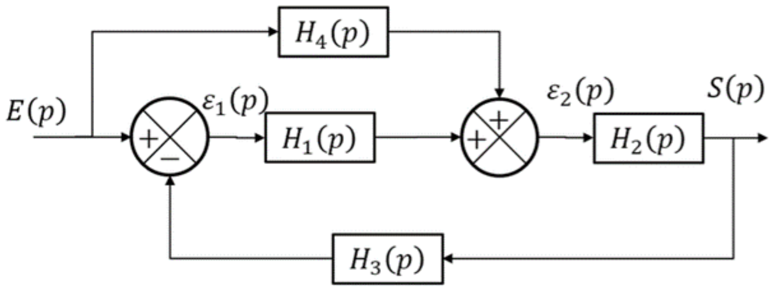
— Entrée échelon :$e_{rs} = \lim\limits_{t\to+\infty} e(t)-s(t) = \lim\limits_{p\to 0^+} p(E(p)-S(p)) = \lim\limits_{p\to 0^+} p\dfrac{1}{p}(1-H(p)) = 1-1 = 0$
Le critère de précision avec une entrée en échelon est satisfait.

— Entrée rampe : $e_{rs} = \lim\limits_{p\to 0^+} \dfrac{1}{p}\left(1-\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{aK}p+\dfrac{\tau}{aK}p^2}\right) = \lim\limits_{p\to 0^+} \dfrac{1}{p}\left(\dfrac{\dfrac{1}{aK}p+\dfrac{\tau}{aK}p^2}{1+\dfrac{1}{aK}p+\dfrac{\tau}{aK}p^2}\right) = \dfrac{1}{aK} = 2 < 3$
Le critère de précision avec une entrée en rampe est satisfait.

Remarque : La FTBO est $\dfrac{aK}{p(1+\tau p)}$ qui est de classe 1, en utilisant le tableau des erreurs en fonction de la classe de la FTBO et du type d'entrée, on retrouve les mêmes résultats.

3. Manipulation de schéma-bloc

Question 24: Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \dfrac{S(p)}{E(p)}$ du schéma bloc suivant.



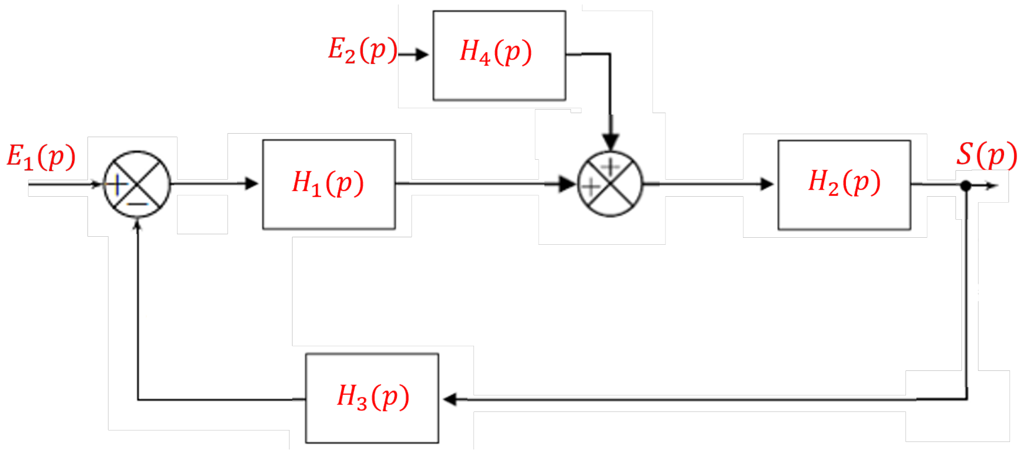
Réponse 24: La formule de Black ne nous permet pas de simplifier des schéma-blocs avec des *retours* dans le sens direct. Soit on procède par équations, soit on considère qu'il y a deux entrées et on procède comme d'habitude en annulant une entrée à la fois et utilisant le théorème de superposition. Par équation :

$$\begin{cases} \epsilon_1(p) = E(p) - S(p)H_3(p) \\ \epsilon_2(p) = E(p)H_4(p) + \epsilon_1(p)H_1(p) \\ S(p) = H_2(p)\epsilon_2 \iff \epsilon_2 = \dfrac{S(p)}{H_2(p)} \end{cases}$$

Ce qui donne : $\dfrac{S(p)}{H_2(p)} = E(p)H_4(p) + H_1(p)\left[E(p) - S(p)H_3(p)\right]$

Soit $\boxed{H(p) = \dfrac{S(p)}{E(p)} = \dfrac{H_2(p)H_4(p) + H_1(p)H_2(p)}{1 + H_1(p)H_2(p)H_3(p)}}$

Par schéma-bloc :



En prenant $E_2(p) = 0$ on trouve $\dfrac{S(p)}{E_1(p)} = \dfrac{H_1(p)H_2(p)}{1 + H_1(p)H_2(p)H_3(p)}$.

En prenant $E_1(p) = 0$ on trouve $\dfrac{S(p)}{E_2(p)} = \dfrac{H_4(p)H_2(p)}{1 + H_1(p)H_2(p)H_3(p)}$.

Par théorème de superposition et car $E_1(p) = E_2(p)$:

$$\boxed{\dfrac{S(p)}{E(p)} = \dfrac{H_1(p)H_2(p) + H_4(p)H_2(p)}{1 + H_1(p)H_2(p)H_3(p)}}$$