Caractériser le contact ponctuel et le glissement

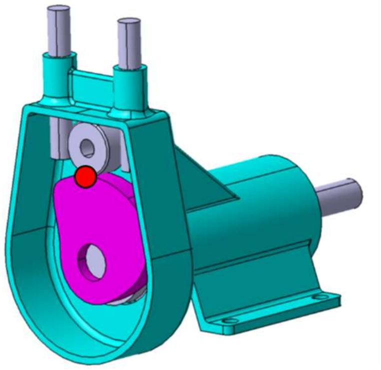
<u>Objectif du cours :</u>

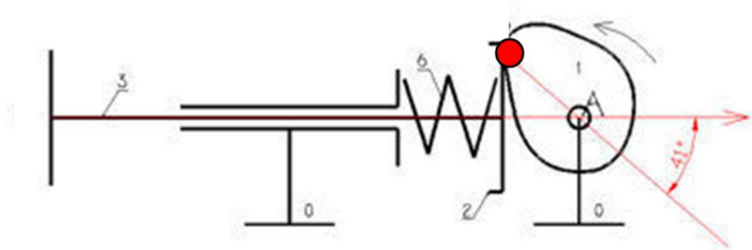
Déterminer les vitesses de glissement entre deux solides ou prendre en compte une vitesse de glissement nulle.

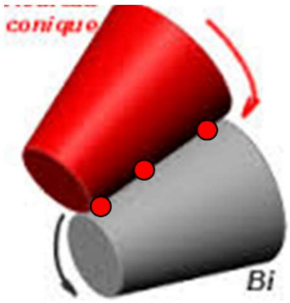
1. Point coïncident

Dans de nombreux mécanismes, la liaison entre deux solides est modélisée par un contact ponctuel. Cependant, l'écriture du torseur cinématique correspondant au mouvement entre les deux solides n'est pas toujours évidente.

Dans les exemples de mécanismes ci-dessous, un point de contact (pris sur la ligne de contact) est appelé « point coïncident », il peut bouger ou être immobile par rapport au repère.







Une bonne partie des systèmes de transformation de mouvement utilisent un contact ponctuel ou équivalent. Nous allons mettre en place les méthodes de résolution liées à ce type de système.

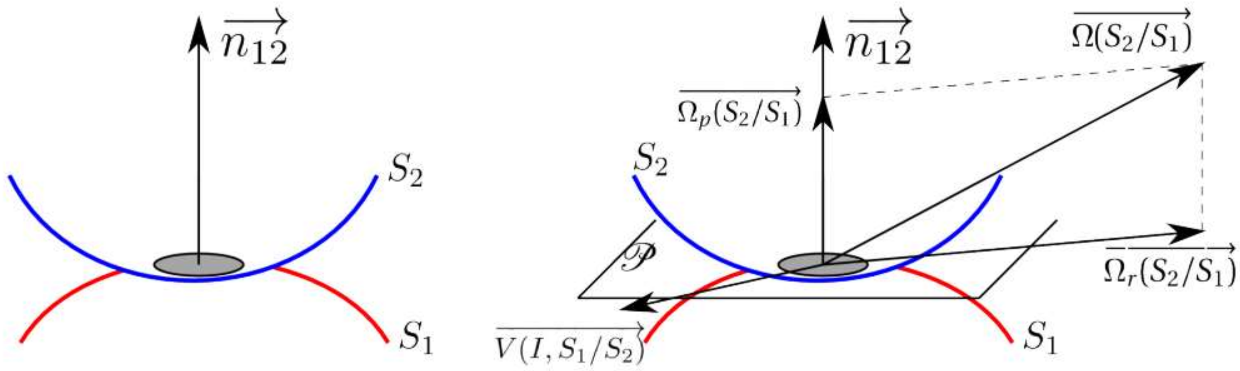
2. Modélisation des vitesses de glissement

2.1. Hypothèses

Considérons deux solides S_1 et S_2 en contact ponctuel.

Définissons alors I le point de contact entre les deux solides et $\overrightarrow{n_{12}}$ la normale de contact. On appelle P le plan normal à $\overrightarrow{n_{12}}$ en I. Il est tangent à S_1 et S_2.

On note $\overrightarrow{\Omega_{2/1}}$ le vecteur instantané de rotation entre S_1 et S_2 et $\overrightarrow{V_{I\in 2/1}}$ le vecteur vitesse de glissement entre les deux solides.



2.2. Vitesse de rotation

On a vu que dans le cas d'un contact ponctuel il existe trois degrés de libertés de rotation paramétrables par les angles d'Euler par exemple. Nous ne cherchons pas ici à calculer directement le vecteur $\overrightarrow{\Omega_{2/1}}$ en fonction de ces angles.

Ce vecteur est décomposable en une somme de deux vecteurs :

2.2.1. Le vecteur de pivotement

Ce vecteur est normal au plan P, il correspond à un pivotement autour de la normale commune de S_2/S_1. On le note $\overrightarrow{\Omega_{p2/1}}$. On a donc :

$$\overrightarrow{\Omega_{p2/1}} = \left\|\overrightarrow{\Omega_{2/1}}.\overrightarrow{n_{12}}\right\|.\overrightarrow{n_{12}} \text{ soit en norme } \left\|\overrightarrow{\Omega_{p2/1}}\right\| = \overrightarrow{\Omega_{2/1}}.\overrightarrow{n_{12}}$$

2.2.2. Le vecteur de roulement

Ce vecteur est contenu dans le plan P, il correspond à un roulement dans le plan tangent de S_2/S_1. On le note $\overrightarrow{\Omega_{r2/1}}$.

On a donc finalement :

$$\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \overrightarrow{\Omega_{p2/1}} + \overrightarrow{\Omega_{r2/1}}$$

2.3. Vitesse de glissement

2.3.1. Position du point de contact entre solides

Cinématiquement, le point I n'est pas unique. En effet, on peut distinguer l'existence de trois points différents :

- le point I matériel appartenant au solide S_1, notons le I_1 ;
- le point I matériel appartenant au solide S_2, notons le I_2 ;
- le point I (non matériel) correspondant au point de contact entre les deux solides.

À l'instant t, ces points peuvent être confondus. À $t + dt$ ils peuvent être distincts car I_1 et I_2 n'ont pas la même trajectoire.

En conséquence :

$$\overrightarrow{V_{I\in 2/1}} \neq \vec{0} \text{ et donc } \overrightarrow{V_{I\in 2/0}} \neq \overrightarrow{V_{I\in 1/0}}$$

2.3.2. Définition

Définition

Vitesse de glissement

On appelle vecteur vitesse de glissement en I de S_2/S_1 le vecteur $\overrightarrow{V_{I\in 2/1}}$.

Remarque :

L'hypothèse des solides indéformables et du maintien du contact est toujours faite, par conséquence $\overrightarrow{V_{I\in 2/1}} \in P$.

2.3.3. Roulement sans glissement

Définition

Vitesse de glissement avec Roulement Sans Glissement

Dans de très nombreux mécanismes (dans les engrenages, lors du contact entre la roue et le sol, etc) on peut faire l'hypothèse que le glissement est nul. On a alors :

$$\overrightarrow{V_{I\in 2/1}} = \vec{0}$$

Remarque :

On peut imaginer un cylindre sur un plan incliné. Soit il roule sans glissement, soit il glisse sans frottement (il translate), soit une combinaison des deux.

3. Méthode de calcul de vitesse de glissement

Méthode

Calculer une vitesse de glissement

- Décomposer le mouvement : $\overrightarrow{V_{I\in 2/1}} = \overrightarrow{V_{I\in 2/0}} - \overrightarrow{V_{I\in 1/0}}$;
- Calculer $\overrightarrow{V_{I\in 2/0}}$;
- Calculer $\overrightarrow{V_{I\in 1/0}}$.

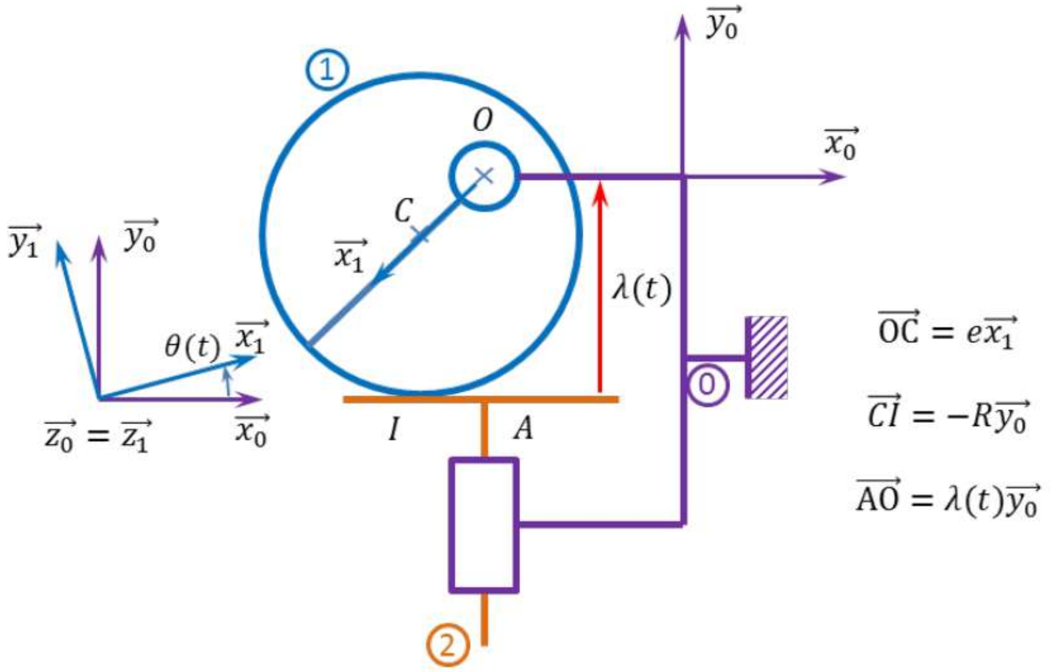
Rappel : I n'est pas un point matériel ; il n'appartient ni à S_1 ni à S_2. On ne peut donc pas calculer de vitesse à partir de $\left[\frac{d\overrightarrow{OI}}{dt}\right]_{R_0}$.

4. Application - Calcul de la vitesse de glissement entre la came et la soupape

4.1. Description du système

On considère un système de distribution composé d'une came, d'une soupape et du moteur. On se propose de calculer la vitesse de glissement entre la soupape et la came.

Paramétrage :



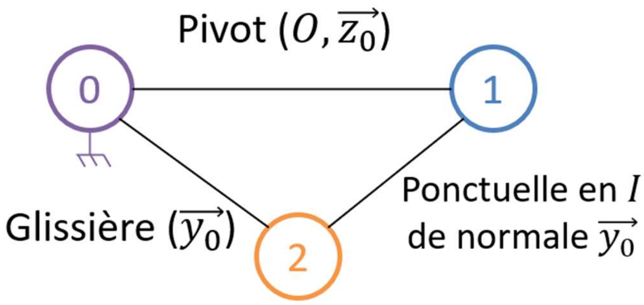
Q.1. **(Révision) Déterminer la loi entrée/sortie géométrique puis en déduire une relation cinématique.**

$$\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AO} = \vec{0}$$

Et $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{OC}.\vec{x_0}\vec{x_0} = -e\cos(\theta)\vec{x_0}$

D'où :

$$e\vec{x_1} - R\vec{y_0} - e\cos(\theta)\vec{x_0} + \lambda\vec{y_0} = \vec{0}$$



Soit :

$$\begin{cases} e\cos(\theta) - e\cos(\theta) = 0 \\ e\sin(\theta) - R + \lambda = 0 \end{cases}$$

On en déduit

$$\lambda = R - e\sin(\theta)$$

En dérivant cette expression, il vient :

$$\dot{\lambda} = -e\,\dot{\theta}\cos(\theta)$$

Q.2. **Calculer la vitesse de glissement au point de contact entre la came et la soupape.**

$$\overrightarrow{V_{I\in 2/1}} = \overrightarrow{V_{I\in 2/0}} - \overrightarrow{V_{I\in 1/0}}$$

- $\overrightarrow{V_{I\in 2/0}} = \overrightarrow{V_{A\in 2/0}}$ car translation et $\overrightarrow{V_{A\in 2/0}} = \left[\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt}\right]_{R_0} = -\dot{\lambda}\vec{y_0}$.
- $\overrightarrow{V_{I\in 1/0}} = \overrightarrow{V_{O\in 1/0}} + \overrightarrow{IO} \wedge \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \vec{0} + \left(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AO}\right) \wedge \dot{\theta}\vec{z_0} = -e\cos(\theta)\vec{x_0} \wedge \dot{\theta}\vec{z_0} + \lambda\vec{y_0} \wedge \dot{\theta}\vec{z_0}$

Donc $\overrightarrow{V_{I\in 1/0}} = \dot{\theta}(e\cos(\theta)\vec{y_0} + \lambda\vec{x_0})$

D'où : $\overrightarrow{V_{I\in 2/1}} = -\dot{\lambda}\vec{y_0} - \dot{\theta}(e\cos(\theta)\vec{y_0} + \lambda\dot{\theta}\vec{x_0})$, or d'après la relation cinématique $\dot{\lambda} = -e\,\dot{\theta}\cos(\theta)$, soit

$$\overrightarrow{V_{I\in 2/1}} = -\lambda\dot{\theta}\vec{x_0}\text{, ce qui est bien dans le plan de glissement.}$$