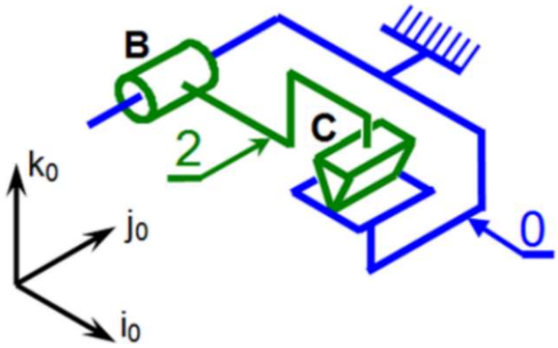
Liaisons équivalentes – cinématiques

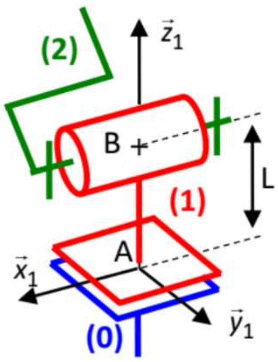
Q.1. Déterminer la liaison équivalente pour les schémas cinématiques suivants.

1.



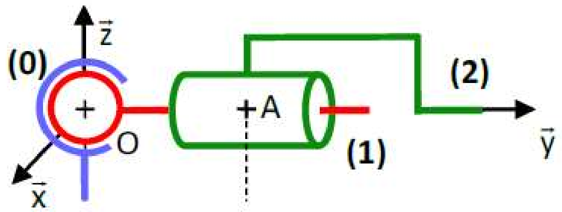
Glissière de direction $\overrightarrow{j_0}$.

2.



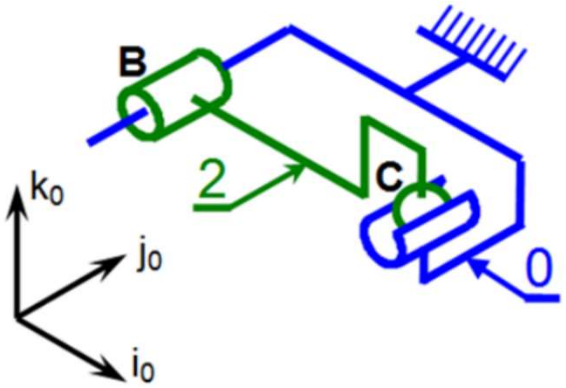
Linéaire rectiligne de normal $\overrightarrow{z_1}$ et direction $\overrightarrow{x_1}$.

3.



Linéaire annulaire de direction $\vec{y}$.

4.



Glissière de direction $\overrightarrow{j_0}$.

Miroir de tilt du Very Large Telescope

Il est installé sur une structure mécanique permettant d'orienter le faisceau. Il est solidaire du solide orientable 1.

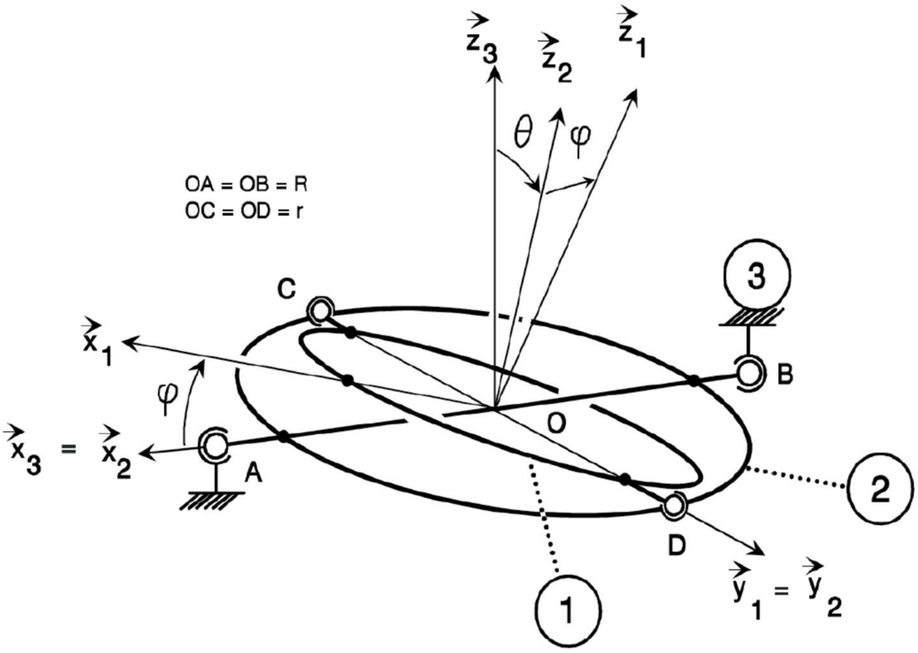
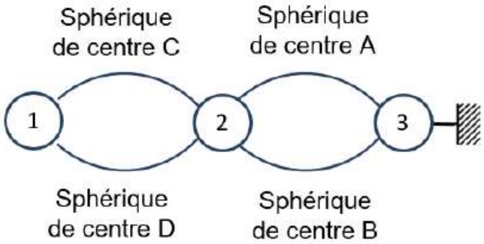


Schéma cinématique du dispositif d'orientation du miroir de tilt

Q.1. **Réaliser le graphe des liaisons du mécanisme.**



Q.2. **Déterminer la liaison équivalente entre les solides 2 et 1 puis entre les solides 3 et 2.**

$$\{V_{2/1}^1\} = \begin{Bmatrix} p_{21}^1 & 0 \\ q_{21}^1 & 0 \\ r_{21}^1 & 0 \end{Bmatrix}_{C(-,-,-)} \quad ; \{V_{2/1}^2\} = \begin{Bmatrix} p_{21}^2 & 0 \\ q_{21}^2 & 0 \\ r_{21}^2 & 0 \end{Bmatrix}_{D(-,-,-)}$$

Ils sont en série, on va chercher à les égaliser, pour cela exprimons le torseur $\{V_{2/1}^2\}$ en C :

$$\overrightarrow{V_{C,2/1}} = \overrightarrow{V_{D,2/1}} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{\Omega_{2/1}^2}$$

$$\overrightarrow{V_{C,2/1}} = \vec{0} + 2r\overrightarrow{y_1} \wedge (p_{21}^2\overrightarrow{x_1} + q_{21}^2\overrightarrow{y_1} + r_{21}^2\overrightarrow{z_1})$$

$$\overrightarrow{V_{C,2/1}} = -2rp_{21}^2\overrightarrow{z_1} + 2rr_{21}^2\overrightarrow{x_1}$$

On a :

$$\{V_{2/1}^{eq}\} = \{V_{2/1}^1\} = \{V_{2/1}^2\}$$

$$\left\{V_{2/1}^{eq}\right\} = \begin{Bmatrix} p_{21}^1 = p_{21}^2 & 0 = 2rr_{21}^2 \\ q_{21}^1 = q_{21}^2 & 0 = 0 \\ r_{21}^1 = r_{21}^2 & 0 = -2rp_{21}^2 \end{Bmatrix}_{C(\overrightarrow{x_1},\overrightarrow{y_1},\overrightarrow{z_1})}$$

Comme $2r \neq 0$, on en déduit $r_{21}^2 = 0$ et $p_{21}^2 = 0$, d'où :

$$\left\{V_{2/1}^{eq}\right\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ q_{21}^1 = q_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{C(-,\overrightarrow{y_1},-)} \text{ : liaison pivot d'axe } (C,\overrightarrow{y_1})$$

Par analogie, on peut dire que la liaison équivalente entre 2 et 3 est une liaison pivot d'axe $(A,\overrightarrow{x_2})$.

Q.3. **Déterminer la liaison équivalente entre le miroir lié à 1 et le bâti 3.**

Les liaisons sont en série, on va les sommer.

$$\left\{V_{3/1}^{eq}\right\} = \left\{V_{3/2}^{eq}\right\} + \left\{V_{2/1}^{eq}\right\}$$

Avec

$$\left\{V_{2/1}^{eq}\right\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ q_{21}^{eq} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\forall P\in(C,\overrightarrow{y_2}),(-,\overrightarrow{y_2},-)} \qquad \left\{V_{3/2}^{eq}\right\} = \begin{Bmatrix} p_{32}^{eq} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\forall P\in(A,\overrightarrow{x_2}),B_2}$$

Donc

$$\left\{V_{3/1}^{eq}\right\} = \begin{Bmatrix} p_{32}^{eq} & 0 \\ q_{21}^{eq} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{O,B_2} \text{ : Rotule à doigt } (O,\overrightarrow{z_2})$$