Segway

1. Analyser le système

Le Segway est un moyen de transport motorisé qui permet de se déplacer en ville. La conduite du Segway se fait par inclinaison du corps vers l'avant ou vers l'arrière, afin d'accélérer ou freiner le mouvement. Les virages à droite et à gauche sont, quant à eux, commandés par l'inclinaison du guidon.

On cherche à déterminer les relations entre les paramètres cinématiques compte tenu des roulements sans glissement entre les roues et le sol.

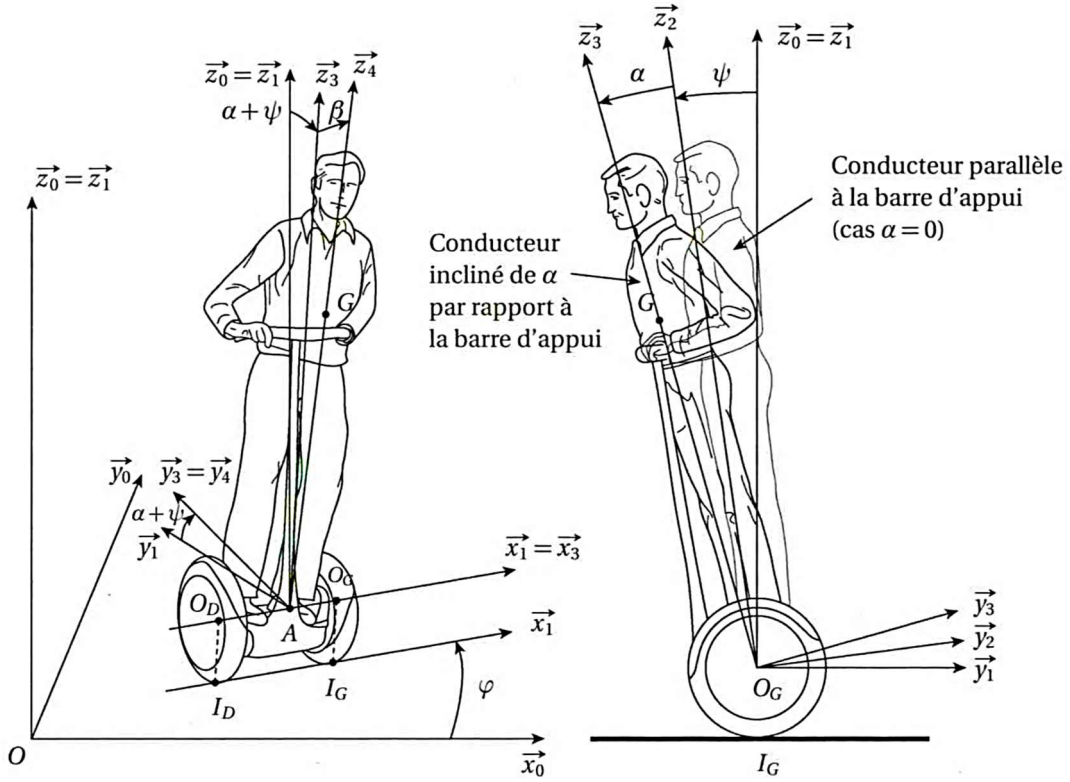

Figure 1. Paramétrage complet à gauche et simplifié à droite quand $\beta = 0$.

2. Modéliser le système

On associe un repère et un paramétrage à chaque solide constituant le Segway (voir Figure 1) :

- $R_o(O, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})$ repère supposé galiléen lié à la route tel que $\overrightarrow{z_0}$ soit dirigé suivant la verticale ascendante ;
- $R_1(A, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_0})$ repère en rotation par rapport à R_o autour de $\overrightarrow{z_0}$ tel que $\overrightarrow{x_1}$ soit colinéaire à l'axe des roues et A le point milieu de l'axe des roues. On pose $\varphi = (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{x_1}) = (\overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{y_1})$ l'angle de virage ;
- $R_2(A, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2})$ repère lié au châssis du chariot, en rotation autour de $(A, \overrightarrow{x_1})$ par rapport à R_1 tel que $\overrightarrow{z_2}$ soit colinéaire à la barre d'appui. On pose $\psi = (\overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{y_2}) = (\overrightarrow{z_0}, \overrightarrow{z_2})$ l'angle d'inclinaison du châssis par rapport à la verticale. L'asservissement consiste à maintenir cet angle nul ;

- $R_D(O_D, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_D}, \overrightarrow{z_D})$ repère lié à la roue droite, en rotation autour de $(A, \overrightarrow{x_1})$ par rapport à R_2 où O_D est le centre de gravité de la roue droite. $\theta_D = (\overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{y_D}) = (\overrightarrow{z_2}, \overrightarrow{z_D})$ est l'angle de rotation de la roue droite par rapport au châssis. I_D est le point de contact de la roue droite avec la route tel que $\overrightarrow{I_D O_D} = R\overrightarrow{z_0}$. On suppose que la roue droite roule sans glisser sur le sol au point I_D ;
- $R_G(O_G, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_G}, \overrightarrow{z_G})$ repère lié à la roue gauche, en rotation autour de $(A, \overrightarrow{x_1})$ par rapport à R_2 où O_G est le centre de gravité de la roue gauche. $\theta_G = (\overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{y_G}) = (\overrightarrow{z_2}, \overrightarrow{z_G})$ est l'angle de rotation de la roue gauche par rapport au châssis. I_G est le point de contact de la roue gauche avec la route et on suppose que la roue gauche roule sans glisser sur le sol au point I_G (les deux roues ont même rayon R) : $\overrightarrow{I_G O_G} = R\overrightarrow{z_0}$. On note L l'empattement du chariot tel que $\overrightarrow{O_D O_G} = L\overrightarrow{x_1}$ et $\overrightarrow{O_D A} = \frac{L}{2}\overrightarrow{x_1} = \overrightarrow{AO_G}$.
  On pose $\overrightarrow{V_{A\in 2/0}} = U\overrightarrow{x_1} + V\overrightarrow{y_1}$.
- Les repères 3 et 4 ne seront pas nécessaires pour notre problème.

3. Déterminer les relations entre les paramètres cinématiques

Q.1. **Proposer un graphe des liaisons du système restreint à l'ensemble de solides {Route, Roue Gauche, Roue Droite, Châssis}. Préciser les caractéristiques géométriques de chaque liaison.**

Q.2. **Exprimer, en fonction du paramétrage, les torseurs cinématiques suivants : $\{\mathcal{V}_{2/0}\}, \{\mathcal{V}_{R_D/2}\}$ et $\{\mathcal{V}_{R_G/2}\}$**

Q.3. **En utilisant les deux relations de roulement sans glissement des roues par rapport à la route, déterminer trois relations scalaires liant les six paramètres inconnus U, V, $\dot{\psi}$, $\dot{\theta}_D$, $\dot{\theta}_G$, $\dot{\varphi}$ aux dimensions L et R.**

Pour étudier les performances du Segway définies dans le cahier des charges, on fait l'hypothèse d'un déplacement en ligne droite. Dans ces conditions, on note pour simplifier $\theta = \theta_D = \theta_G$.

Q.4. **Montrer que dans ce cas $\overrightarrow{V_{A\in 2/0}} = V\overrightarrow{y_1} = -R(\dot{\psi} + \dot{\theta})\overrightarrow{y_1}$.**