Train épicycloïdal

Compétence

Analyser :
- Analyser une solution de transmission de puissance

Modéliser
- Identifier les paramètres cinématiques d'entrée et de sortie d'une chaîne cinématique de transformation de mouvement

Résoudre
- Déterminer une loi entrée/sortie

1. Définitions

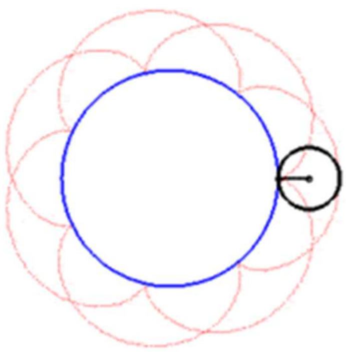
Définition

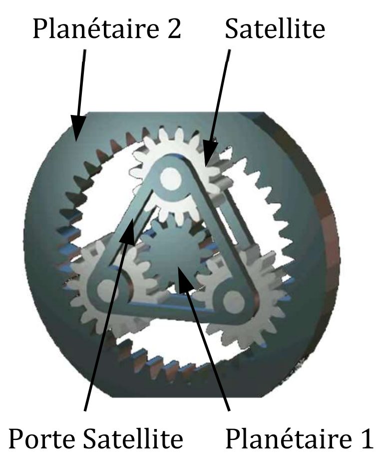
Train épicycloïdal

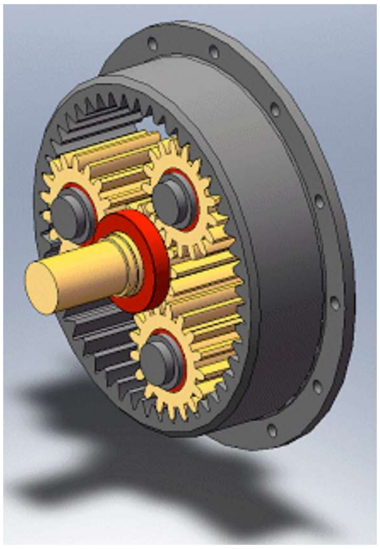
Un train épicycloïdal est un train d'engrenage pour lequel tous les axes des pignons ne sont pas fixes par rapport au carter principal.

Il est composé de 2 planétaires et de plusieurs satellites qui sont montés sur un porte satellite.

Le terme épicycloïdal vient de la trajectoire suivant une épicycloïde d'un point des satellites observé par rapport au planétaire intérieur.





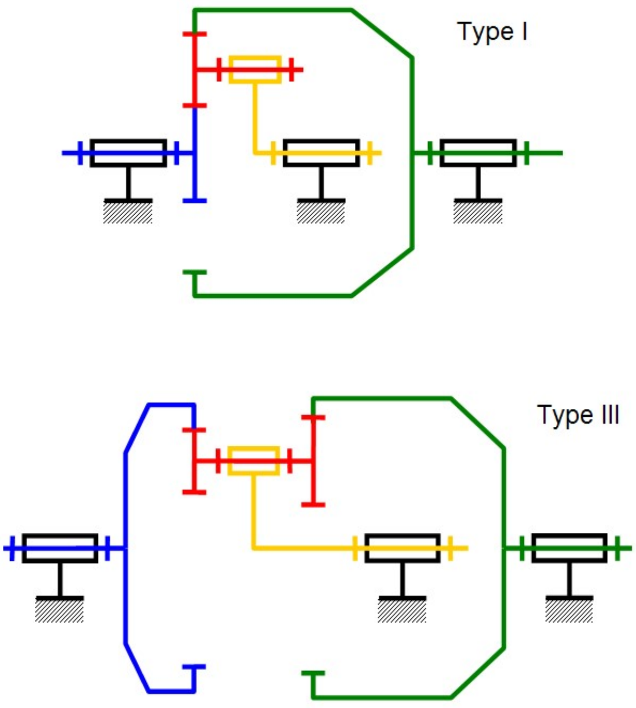


Remarque : On observe cependant une hypocycloïde si la référence du mouvement est le planétaire extérieur, qui est souvent fixe dans les réducteurs. Cela correspond donc exactement à ce que voit l'observateur qui regarde évoluer un satellite.

Une analyse montre que les trains épicycloïdaux sont des systèmes à deux degrés de liberté. Il faut imposer deux paramètres angulaires pour définir complètement la position du système. On peut donc considérer que les trains épicycloïdaux sont des systèmes à deux entrées (et une sortie).

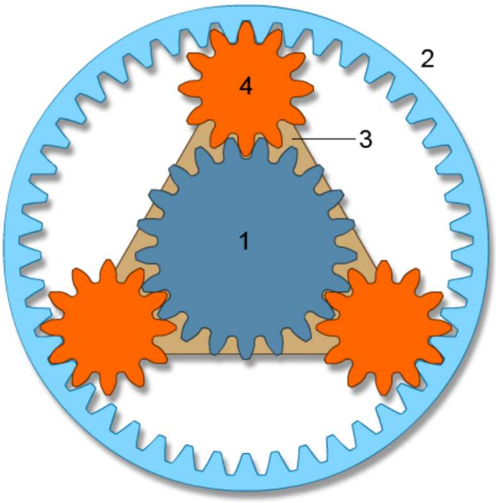
Afin de se ramener à un système à une entrée et une sortie, notamment pour déterminer une loi entrée-sortie, un des éléments est bloqué par rapport au bâti afin de « supprimer » ce degré de liberté, c'est dire qu'une vitesse nulle est imposée.

Il existe plusieurs types de trains épicycloïdaux, les plus courants étant les trains plans (à axes parallèles), parmi lesquels on peut distinguer quatre variantes :



Le type I est le plus fréquent.

2. Détermination de la loi entrée-sortie



Un train épicycloïdal peut être vu comme une boîte noire de laquelle sort 3 arbres. On définira généralement pour l'étude du fonctionnement, l'entrée, la sortie et un mouvement imposé sur le 3ème arbre (généralement relié au bâti).

Ici :

- 1 et 2 sont les planétaires ;
- 3 est le porte satellite ;
- 4 sont les satellites.

2.1. Cas général

Le rapport de réduction (ou rapport de transmission) pour un train d'engrenages simples (c'est-à-dire à axes fixes dans R_f) :

$$r = \frac{\omega_{sortie/R_f}}{\omega_{entrée/R_f}} = (-1)^n \frac{\prod Z_{menantes}}{\prod Z_{menée}} = (-1)^n \prod \frac{Z_{menantes}}{Z_{menée}}$$

Avec n le nombre de contact **extérieurs** du train.

2.2. Cas particulier d'un train épicycloïdal

En remarquant que tous les axes sont fixes par rapport au porte-satellites 3, on peut se ramener au cas d'utilisation de la formule précédente. C'est donc le porte-satellites qui servira de référence R_f pour l'expression des vitesses de rotation.

Pour obtenir la relation entre les différentes vitesses de rotation $(\omega_{1/0}, \omega_{2/0}, \omega_{3/0})$, il vient :

$$\frac{\omega_{P_1/PS}}{\omega_{P_2/PS}} = (-1)^n \prod \frac{Z_{menantes}}{Z_{menées}}$$

Où PS est le porte-satellite et P_1 et P_2 des planétaires.

Remarque importante On peut choisir arbitrairement P_1 et P_2, le tout est de déterminer les roues menantes et menées en fonction de ce choix. Dans le cas ci-dessus, P_1 est mené et P_2 est menant. Ce qui n'a pas de lien avec l'entrée ou la sortie du mécanisme, c'est simplement un choix pour trouver la relation de transmission.

Si on souhaite une relation avec les vitesses de rotation $(\omega_{1/0}, \omega_{2/0}, \omega_{3/0})$, c'est-à-dire par rapport à un repère fixe, on obtient par composition des vitesses : $\omega_{P_i/PS} = \omega_{P_i/0} + \omega_{0/PS} = \omega_{P_i/0} - \omega_{PS/0}$

D'où la formule de Willis :

$$\frac{\omega_{P_1/0} - \omega_{PS/0}}{\omega_{P_2/0} - \omega_{PS/0}} = (-1)^n \prod \frac{Z_{menantes}}{Z_{menées}}$$

2.3. Méthode

Méthode

Calculer une loi entrée/sortie cinématique d'un train épicycloïdal

1. On commence par identifier les deux planétaires, les satellites et le porte-satellites.
2. On peut alors appliquer la formule de Willis.
3. Il reste simplement à injecter une relation connue sur une des vitesses de rotation pour en déduire la loi entrée-sortie. La relation définie par l'énoncé impose souvent une vitesse de rotation nulle.

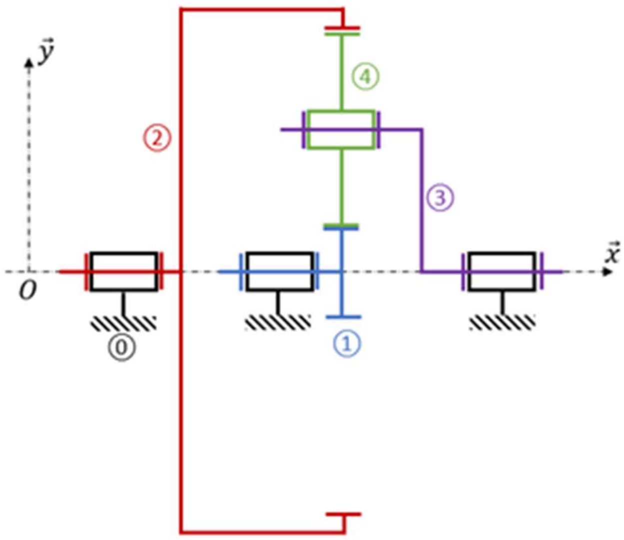
2.3.1. Comment identifier les composants ?

Les satellites : Ils sont en contact avec deux autres roues dentées. Ils n'ont pas un axe de rotation fixe par rapport au bâti.

Le porte satellite : Il est en liaison pivot avec les satellites.

Les planétaires : Les deux roues d'entées restantes.

2.4. Application simple



Q.1. **Déterminer la relation entre $\frac{\omega_{1/0}}{\omega_{3/0}}$ en prenant $\omega_{2/0} = 0$.**

Satellite :4 ; Porte-satellite :3 ; planétaires :1 et 2.

On prend arbitrairement $P_1 = 1$ et $P_2 = 2$ donc 1 est mené et 2 est menant.

Dans ce cas la formule de Willis donne : $\frac{\omega_{1/0}-\omega_{3/0}}{\omega_{2/0}-\omega_{3/0}} = (-1)^1 \frac{Z_2}{Z_4}\frac{Z_4}{Z_1} = -\frac{Z_2}{Z_1}$.

Comme $\omega_{2/0} = 0$, il vient : $\omega_{1/0} - \omega_{3/0} = \omega_{3/0}\frac{Z_2}{Z_1} \Leftrightarrow \frac{\omega_{1/0}}{\omega_{3/0}} = \frac{Z_2+Z_1}{Z_1}$.

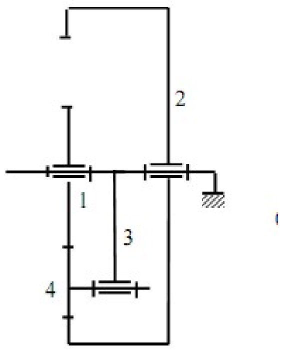
Prenons maintenant l'hypothèse que $P_1 = 2$ et $P_2 = 1$ donc 2 est mené et 1 est menant.

Dans ce cas la formule de Willis donne : $\frac{\omega_{2/0}-\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}-\omega_{3/0}} = (-1)^1 \frac{Z_4}{Z_2}\frac{Z_1}{Z_4} = -\frac{Z_1}{Z_2}$.

Comme $\omega_{2/0} = 0$, il vient : $(\omega_{1/0} - \omega_{3/0})\frac{Z_1}{Z_2} = \omega_{3/0} \Leftrightarrow \frac{\omega_{1/0}}{\omega_{3/0}} = \frac{Z_2+Z_1}{Z_1}$.

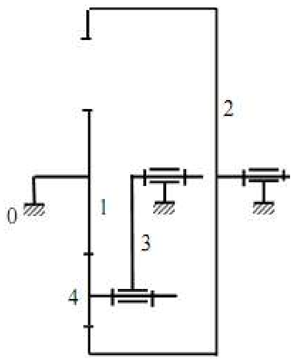
On retrouve bien la même relation.

2.4.1. Exemple de représentation pour imposer une vitesse nulle



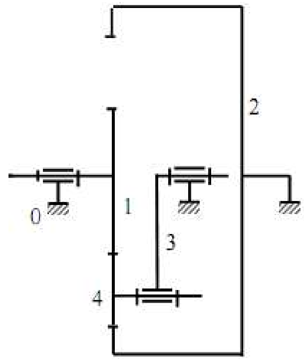
Porte satellite bloqué

$\omega_{3/0} = 0$



Planétaire 1 bloqué

$\omega_{1/0} = 0$



Planétaire 2 bloqué

$\omega_{2/0} = 0$

2.5. La raison

On appelle parfois raison basique d'un train épicycloïdale, noté λ, le rapport des vitesses de rotation des deux planétaires par rapport au porte-satellites :

$$\lambda = \frac{\omega_{P_1/PS}}{\omega_{P_2/PS}}$$

Cette raison peut s'exprimer à partir des rayons primitifs, ou des nombres de dent par la formule déjà étudiée. En effet, par composition des vitesses : $\omega_{P_i/PSat} = \omega_{P_i/0} + \omega_{0/PSat} = \omega_{P_i/0} - \omega_{PSat/0}$

On déduit de la raison λ, la formule de Willis, qui s'écrit :

$$\boxed{\lambda = \frac{\omega_{P_1/0} - \omega_{PS/0}}{\omega_{P_2/0} - \omega_{PS/0}}}$$

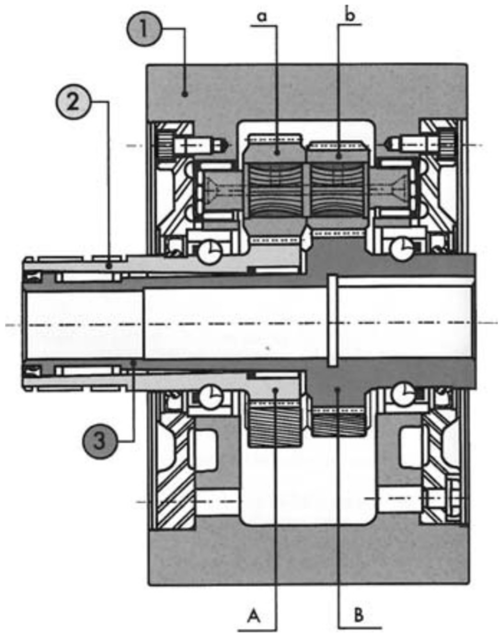
On peut en déduire une formule équivalente :

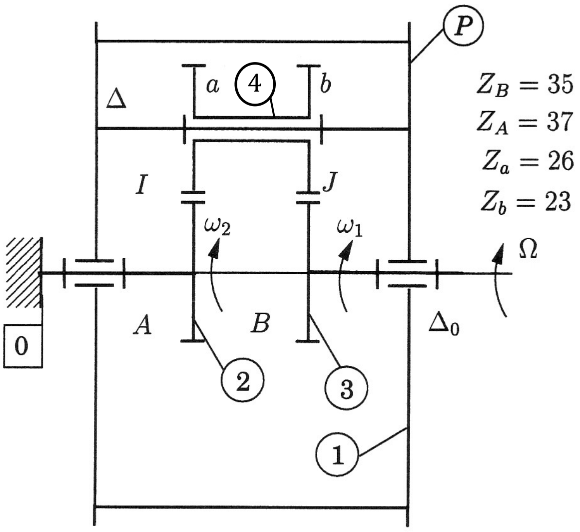
$$\omega_{P_2/0} - \lambda\, \omega_{P_1/0} + (\lambda - 1)\omega_{PS/0} = 0$$

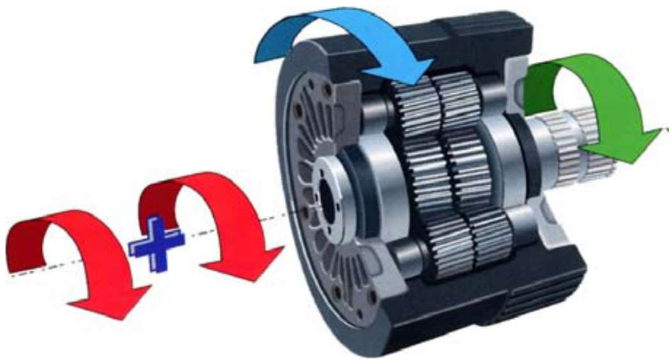
2.6. Application : Poulie redex

Le train épicycloïdal Redex se compose des trois éléments principaux suivants :

- *1* est la cage porte satellites qui peut être entraînée par une courroie crantée. Les satellites sont repérés a et b.
- 2 la douille solidaire du planétaire *A*. Elle peut être immobilisée en rotation par rapport au bâti 0.
- 3 est le moyeu solidaire du planétaire *B*.







***Application :** Étudier le rapport de transmission dans le cas de fonctionnement suivant :*
$\omega_{2/0} = 0$; $\omega_{1/0}$: entrée du mouvement ; $\omega_{3/0}$: sortie du mouvement

On identifie les différentes parties du train épicycloïdal :

Satellite : 4 , Porte-satellite : 1 , Planétaires : 2, 3

La formule de Willis donne donc :

$$\frac{\omega_{3/0} - \omega_{1/0}}{\omega_{2/0} - \omega_{1/0}} = (-1)^2 \frac{Z_b Z_A}{Z_B Z_a} = 0{,}93$$

Or on remarque que $\omega_{2/0} = 0$

$$\frac{\omega_{3/0} - \omega_{1/0}}{-\omega_{1/0}} = \frac{Z_b Z_A}{Z_B Z_a} \Rightarrow \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{Z_B Z_a - Z_b Z_A}{Z_B Z_a} = 0{,}06$$

On pourrait raisonner avec la raison :

$$\frac{\omega_{3/0} - \omega_{1/0}}{\omega_{2/0} - \omega_{1/0}} = (-1)^2 \frac{Z_b Z_A}{Z_B Z_a} = \lambda = 0{,}93$$