



Correction DS 5 - SI

Consignes

- Copies propres et bien présentées: encadrer vos résultats, souligner les applications numériques (avec une règle bien sûr)...
- Uniquement la calculatrice est autorisée.

Table des matières

| | | |
|----------|--|----------|
| 1 | Gain d'adaptation | 1 |
| 2 | PalanAmain | 3 |
| 2.1 | Présentation du système | 3 |
| 2.2 | Modélisation | 3 |
| 2.3 | Étude | 4 |
| 3 | Manège de fête foraine | 4 |
| 3.1 | Présentation | 4 |
| 3.2 | Cahier des charges | 4 |
| 3.3 | Commander élévation du manège | 5 |
| 3.3.a | Étude cinématique du système d'élévation | 5 |
| 4 | Robot Spirit | 7 |
| 4.1 | Présentation | 7 |
| 4.2 | Phase d'approche | 8 |
| 4.2.a | Architecture du système asservi – Modèle de connaissance | 8 |
| 4.2.b | Vérification des performances | 11 |
| 4.3 | Phase de déploiement | 13 |

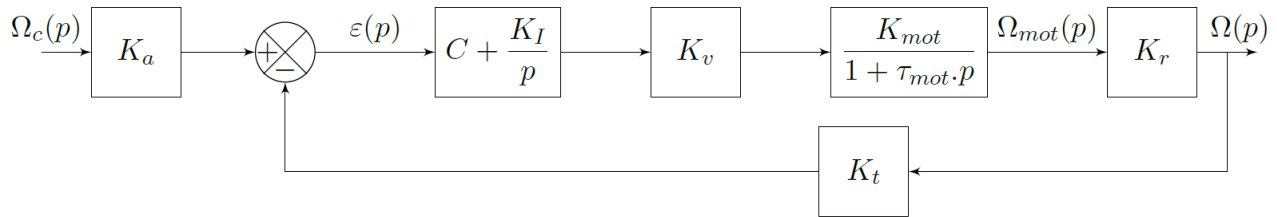
1. Gain d'adaptation

Source Lycée Châtelet.

Le schéma-blocs ci-dessous représente l'asservissement en vitesse d'un bras de robot.

La consigne de vitesse angulaire est notée $\omega_c(t)$ (en $rad.s^{-1}$). Elle est adaptée à l'aide d'un adaptateur de gain K_a .

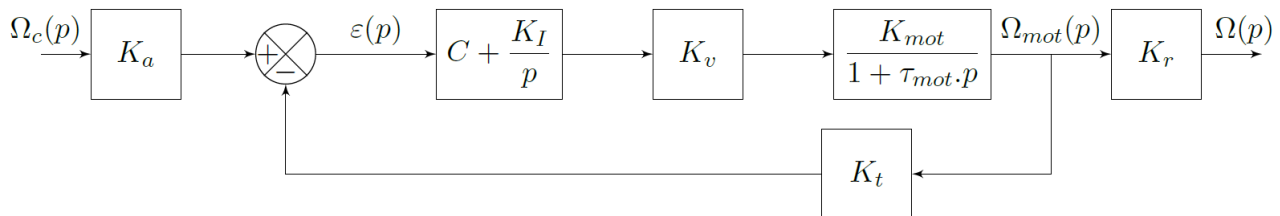
La vitesse de rotation du bras du robot est notée $\omega(t)(rad.s^{-1})$. Elle est mesurée par une génératrice tachymétrique de gain K_t qui mesure la vitesse angulaire réelle.



Question 1: Pour avoir un fonctionnement correct du système asservi, quelle valeur faut-il imposer pour K_a ?

Réponse 1: Si le système est précis, il faut qu'en régime permanent l'écart $\varepsilon(t)$ soit nul. Si la consigne vaut ω_{c0} et que le système est précis alors en régime permanent $\omega(t) = \omega_{c0}$. Dans ces conditions $\varepsilon(t) = 0 = K_a \cdot \omega_{c0} - K_t \cdot \omega_{c0}$ Donc il faut imposer $K_a = K_t$.

Une nouvelle architecture est proposée sur le schéma-blocs ci-dessous. La génératrice tachymétrique mesure maintenant la vitesse de rotation du moteur $\omega_{mot}(t) (rad.s^{-1})$.



Question 2: Pour avoir un fonctionnement correct du système asservi, quelle **nouvelle valeur** faut-il imposer pour K_a ?

Réponse 2: Si le système est précis, il faut toujours qu'en régime permanent l'écart $\varepsilon(t)$ soit nul. Si la consigne vaut ω_{c0} et que le système est précis alors en régime permanent $\omega(t) = \omega_{c0}$. Dans ces conditions $\omega_{mot}(t) = \frac{\omega_{c0}}{K_r}$ Alors $\varepsilon(t) = 0 = K_a \cdot \omega_{c0} - \frac{K_t}{K_r} \cdot \omega_{c0}$ Donc il faut imposer $K_a = \frac{K_t}{K_r}$

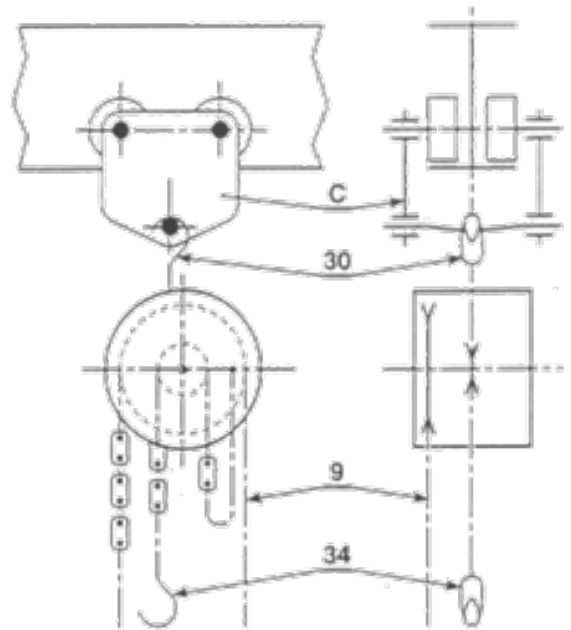
2. PalanAmain

2.1 Présentation du système

La figure ci-contre donne le schéma de situation d'un PalanAmain à commande manuelle. Celui-ci est suspendu par le crochet 30 à un chariot mono-rail C. La charge à soulever et à déplacer est suspendue au crochet 34.

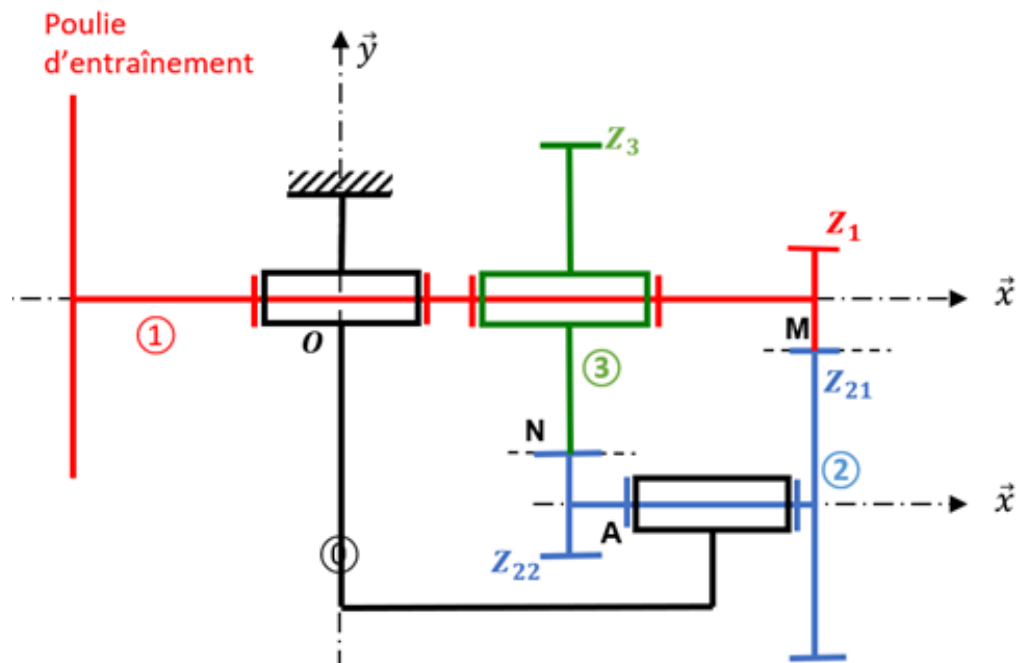
Les fonctions principales à assurer par ce mécanisme sont les suivantes :

- Provoquer la montée de la charge, par un effort de traction sur l'un des brins de la chaîne de commande 9.
- S'opposer automatiquement à la descente de la charge, lorsqu'on cesse d'exercer cet effort sur la chaîne 9.
- Commander la descente de la charge par un effort de traction sur l'autre brin de la chaîne 9 et régulariser la descente.



2.2 Modélisation

On adopte pour le palan le modèle cinématique suivant :



2.3 Étude

Question 3: Déterminer le rapport de réduction du palan $r = \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}}$ en fonction des nombres de dents Z_1, Z_{21}, Z_{22} et Z_3 .

Réponse 3: Tous les axes de rotation des roues dentées sont fixes, on peut directement utiliser la formule :

$$\frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} = (-1)^2 \frac{Z_1 Z_{22}}{Z_{21} Z_3}$$

3. Manège de fête foraine

3.1 Présentation

Le manège considéré est du même type que celui représenté ci-contre. Ce type d'attraction a pour but de faire subir aux passagers des accélérations qui ne leur sont pas familières. Les nacelles, transportant les amateurs de sensations, sont suspendues par le haut et peuvent basculer de gauche à droite. Une piste circulaire bosselée (dos d'âne) déplace les nacelles verticalement. Les effets psychologiques des accélérations varient selon leur intensité, leur durée, leur direction et leur sens d'application.



Ce sont les oreilles internes qui informent les passagers sur les accélérations auxquelles ils sont soumis ; c'est pourquoi les accélérations « ressenties » sont caractérisées par l'accélération au niveau de la tête du passager.

3.2 Cahier des charges

Le cahier des charges du manège est donné par le diagramme des exigences en Figure 1. Le Manège possède les caractéristiques suivantes :

- Vitesse angulaire maximale de l'ensemble : 14 tours par minute ;
- Accélération verticale maximale dû à la piste bosselée $1,6 \text{ m.s}^{-2}$.

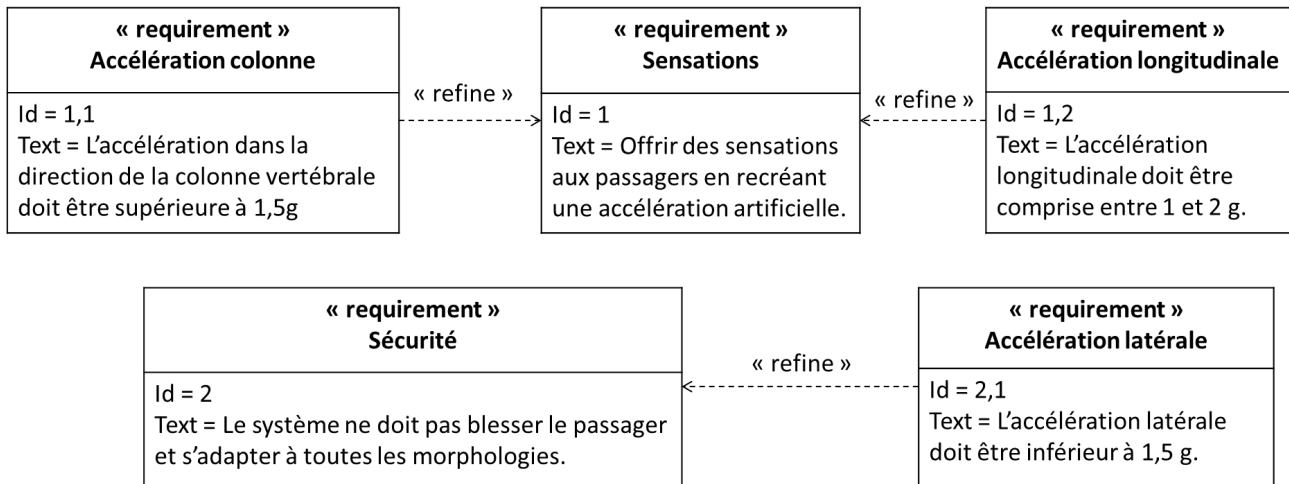


FIGURE 1 – Diagramme des exigences

L'objectif du travail proposé est de vérifier si la cinématique et les caractéristiques du manège permettent de valider le cahier des charges.

3.3 Commander élévation du manège

3.3.a Étude cinématique du système d'élévation

Pour obtenir les accélérations verticales $\ddot{\lambda}$ du bras S_2 , celui-ci est en contact avec une piste bosselée. Ceci permet de relier le mouvement de translation λ du bras à la rotation du corps du manège α . Le système d'entraînement du manège est défini sur le schéma cinématique Figure 2.

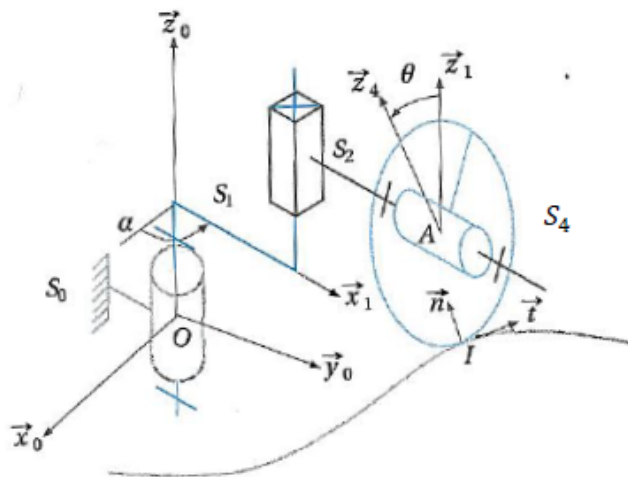
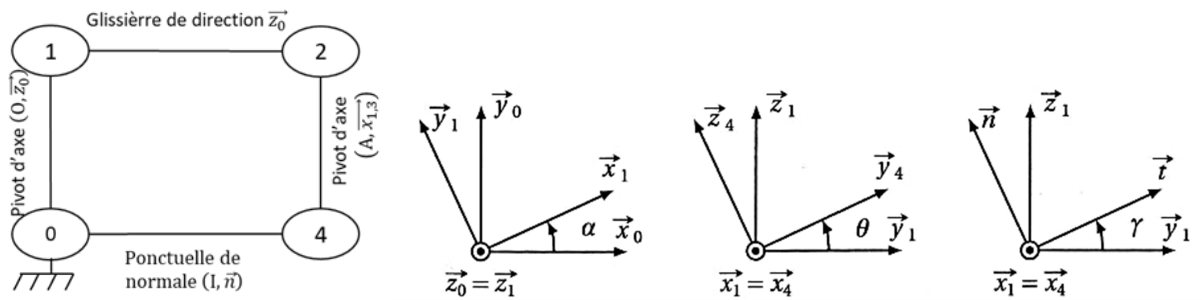


FIGURE 2 – Schéma cinématique du système d'élévation

La roue S_4 , en liaison pivot autour de l'axe (A, \vec{x}_1) avec le bras S_2 , roule sur la piste au point de contact noté I . On note $\theta = (\vec{z}_1, \vec{z}_4) = (\vec{y}_1, \vec{y}_4)$ l'angle de rotation de la roue. On pose \vec{n} la normale à la surface de contact et \vec{t} la tangente au contact. On note $\gamma = (\vec{z}_1, \vec{n}) = (\vec{y}_1, \vec{t})$ l'angle entre la normale au contact et la verticale. Les rotations θ et γ sont font donc par rapport à \vec{x}_1 . On a également $\vec{OA} = L\vec{x}_1 + \lambda\vec{z}_0$ et $\vec{IA} = R\vec{n}$.

Question 4: Donner les figures de changement de base pour les angles θ , γ et α , ainsi que le graphe de liaison du système.

Réponse 4:



Question 5: Écrire les torseurs cinématiques $\{V_{1/0}\}$ et $\{V_{2/1}\}$, puis calculer $\overrightarrow{V_{I \in 2/0}}$.

Réponse 5: Liaison pivot : $\{V_{1/0}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} z_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$; Liaison glissière : $\{V_{2/1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \dot{\lambda} z_0 \end{Bmatrix}_{VM}$; Composi-

tion des torseurs : $\{V_{2/0}\} = \{V_{2/1}\} + \{V_{1/0}\}$ soit $\{V_{2/0}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} z_0 \\ \dot{\lambda} z_0 \end{Bmatrix}_O$.

Ainsi $\overrightarrow{V_{I \in 2/0}} = \overrightarrow{V_{O \in 2/0}} + \overrightarrow{IO} \wedge \overrightarrow{\Omega_{2/0}}$
 $\overrightarrow{V_{I \in 2/0}} = \dot{\lambda} z_0 + (R\vec{n} - \lambda z_0 - Lx_1) \wedge \dot{\alpha} z_0$
 $\overrightarrow{V_{I \in 2/0}} = \dot{\lambda} z_0 + \dot{\alpha} (L y_1 - R \sin(\gamma) x_1)$

Question 6: Écrire le torseur cinématique $\{V_{4/2}\}$ puis calculer $\overrightarrow{V_{I \in 4/2}}$.

Réponse 6: Liaison pivot : $\{V_{4/2}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} x_1 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$

D'où $\overrightarrow{V_{I \in 4/2}} = \overrightarrow{V_{A \in 4/2}} + \overrightarrow{IA} \wedge \overrightarrow{\Omega_{4/2}} = R\vec{n} \wedge \dot{\theta} x_1$ soit $\overrightarrow{V_{I \in 4/2}} = R\dot{\theta} \vec{t}$.

Question 7: Définir ET déterminer la vitesse de glissement $\overrightarrow{V_{I \in 4/0}}$ au point de contact I entre la roue S_4 et la piste profilée liée au bâti S_0 .

Réponse 7: La définition de la vitesse de glissement est le vecteur vitesse $\overrightarrow{V_{I \in 4/0}}$ où I est un point de contact (immatériel). Par composition des vecteurs vitesses, il vient : $\overrightarrow{V_{I \in 4/0}} = \overrightarrow{V_{I \in 4/2}} + \overrightarrow{V_{I \in 2/0}}$, soit $\overrightarrow{V_{I \in 4/0}} = R\dot{\theta} \vec{t} + \dot{\lambda} z_0 + \dot{\alpha} (L y_1 - R \sin(\gamma) x_1)$.

Question 8: Quelle contrainte doit-on avoir sur $\overrightarrow{V_{I \in 4/0}}$ afin de garantir le contact de la roue sur la piste? Attention pour l'instant il n'est pas prouvé qu'il y a roulement sans glissement et l'hypothèse n'a pas été faite. En déduire une relation entre $\dot{\lambda}$, $\dot{\alpha}$ et γ .

Réponse 8: Pour maintenir le contact de la roue sur la piste, la vitesse du point doit être nulle suivant le vecteur normal à la piste, soit $\overrightarrow{V_{I \in 4/0}} \cdot \vec{n} = 0$
 Or : $\overrightarrow{V_{I \in 4/0}} \cdot \vec{n} = \dot{\lambda} \cos(\gamma) + \dot{\alpha} L \sin(\gamma)$.
 Ce qui implique $\dot{\lambda} = L \dot{\alpha} \tan(\gamma)$.

Question 9: Exprimer dans la base B_1 les relations obtenues en considérant qu'il y a roulement sans glissement au point I .

Réponse 9: S'il y a roulement sans glissement au point I , alors $\overrightarrow{V_{I \in 4/0}} = \vec{0}$
 En projetant cette équation dans la base B_1 , il vient : $\begin{cases} -R\dot{\alpha} \sin(\gamma) = 0 \\ L\dot{\alpha} + R\dot{\theta} \cos(\gamma) = 0 \\ \dot{\lambda} + R\dot{\theta} \sin(\gamma) = 0 \end{cases}$

Question 10: Si on considère que $\dot{\alpha} \neq 0$ (le manège doit tourner!), l'hypothèse de roulement sans glissement imposerait alors quelle condition sur la piste?

Réponse 10: La première équation implique que $\sin \gamma = 0$ c'est à dire $\gamma = 0$ car $\dot{\alpha}$ n'est pas nul lorsque la manège tourne. La troisième équation implique alors que $\dot{\lambda} = 0$, ce qui est vérifié à condition que la piste soit plate pour que le manège n'ait pas de mouvement vertical de translation. Ce cas correspond à un mouvement de type centrifuge.

4. Robot Spirit

Adapté de X-ENS PSI 2005, source Lycée Châtelet.

4.1 Présentation

Le robot Spirit a été conçu par la NASA pour étudier la composition chimique de la surface de la planète Mars. Pour satisfaire ce cas d'utilisation, le robot doit respecter plusieurs exigences grâce en partie aux solutions techniques listées ci-dessous :



FIGURE 3 – Représentation d'artiste du robot Spirit et prise de vue de la cible depuis la caméra panoramique implantée sur la tête périscopique.

- un **corps**, appelé Warm Electronic Box, dont la fonction est d'assurer la liaison entre les divers composants. Il supporte les batteries qui sont chargées par des capteurs solaires. Il protège également l'électronique embarquée des agressions extérieures.
- une **tête périscopique** orientable dont la fonction est d'orienter le système appelé Pancam (Panoramic Camera) qui se trouve à $1,4m$ de hauteur. Ce dernier fournit une vue en 3 dimensions de l'environnement. Le traitement des images acquises par les caméras du système Pancam permet à Spirit de réaliser une cartographie des terrains et donc de trouver de manière autonome son chemin en évitant les obstacles. Cette autonomie de déplacement est renforcée par l'utilisation de quatre caméras de direction situées sur le corps.
- un **bras articulé** dont la fonction est d'amener quatre outils (une foreuse, un microscope et deux spectromètres) à proximité d'une roche à étudier. L'étude de la roche par ces quatre outils se fait par des carottages horizontaux.
- **six roues, animées chacune par un motoréducteur**, dont la fonction est d'assurer le déplacement de Spirit sur un sol caillouteux. Les deux roues avant et arrière possèdent de plus un moteur permettant au robot de pivoter sur lui-même (jusqu'à un demi tour).
- un **système de communication et des antennes hautes et basses fréquences**, dont la fonction est de permettre à Spirit de communiquer avec la terre.

La fonction principale (équivalente au cas d'utilisation principal) est réalisée, d'un point de vue temporel, par les 3 phases décrites ci-dessous :

- la phase d'approche : Spirit repère une roche dont la forme est adaptée à l'étude chimique. Son rôle consiste à s'en rapprocher suffisamment près pour pouvoir l'étudier.
- la phase de déploiement : le corps de Spirit est fixe, le bras articulé se déploie et amène l'ensemble des 4 outils à proximité de la roche.
- la phase de prospection : le corps de Spirit ainsi que le bras articulé sont fixes, les 4 outils étudient la composition chimique de la roche.

Dans le cadre de ce sujet, nous allons nous étudier des éléments des phases d'approche et de déploiement.

4.2 Phase d'approche

L'objectif de cette partie est de vérifier que la solution constructive utilisée pour satisfaire l'exigence considérée respecte les niveaux attendus.

| Exigence | Critère | Niveau |
|-------------------------|---|---------------------------|
| S'approcher de la cible | Erreur sur la position cible (intensité du vent = 10 N) | $x_s(t) - x_c(t) < 0,01m$ |
| | Dépassement sur la réponse indicielle | aucun |
| | Rapidité | $tr_{5\%} < 5s$ |

FIGURE 4 – Extrait du recueil des exigences

L'asservissement du déplacement est indispensable du fait de l'existence de perturbations mal connues, qui sont principalement engendrées par les rafales de vent sur la surface de Mars. La position asservie du robot est notée $x_s(t)$.

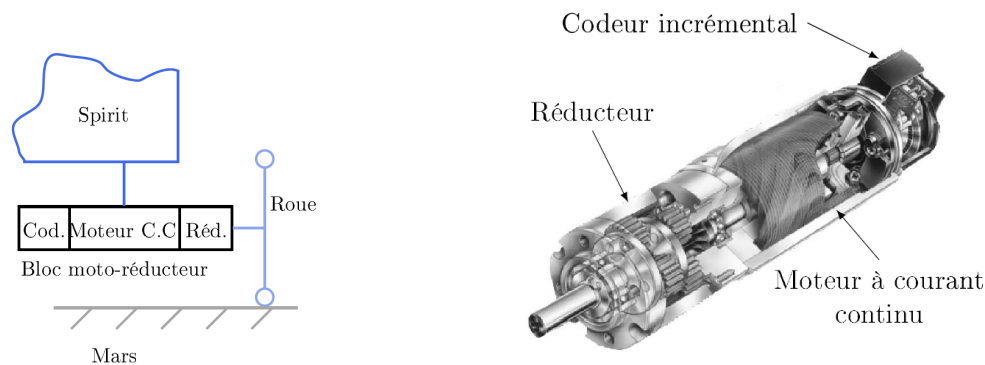


FIGURE 5 – Schéma de la motorisation du robot et vue en écorché du moto-réducteur et de son codeur incrémental (capteur qui mesure la position angulaire du moteur).

Pour effectuer cette approche, la motorisation est assurée par un bloc motoréducteur à courant continu dans chacune des six roues (Figure 5). Le mouvement ainsi généré est observé de manière optique. En effet, les caméras situées sur la tête périscopique Pancam (Figure 3) permettent à tout instant de connaître la position absolue de Spirit. Le traitement de cette information par l'électronique embarquée fournit donc une mesure de l'erreur par rapport à la position cible.

4.2.a Architecture du système asservi – Modèle de connaissance

L'objectif de cette partie est de construire le modèle par schéma-bloc dans le formalisme de Laplace.

Une étude dynamique du robot Spirit en déplacement par rapport au sol, sous l'action mécanique des moteurs et de la perturbation due au vent donne les équations suivantes (programme de

2^e année) :

$$M_s \cdot \frac{d^2 x_s(t)}{dt^2} = 6 \cdot F_{R-S}(t) + F_{V-S}(t) \quad (1)$$

$$M_r \cdot \frac{d^2 x_s(t)}{dt^2} = -F_{R-S}(t) + F_{M-R}(t) \quad (2)$$

$$\frac{I_r}{R_r} \cdot \frac{d^2 x_s(t)}{dt^2} = C_{S-R}(t) - R_r \cdot F_{M-R}(t) \quad (3)$$

On définit les constantes suivantes :

- $M_s = 180 \text{ kg}$: masse de Spirit sans les roues,
- M_r : masse d'une roue,
- I_r : inertie de rotation d'une roue et de son moteur autour de son axe de révolution,
- $R_r = 0,05 \text{ m}$: rayon d'une roue,
- $\eta = 19$: rapport de réduction du réducteur à engrenages

On définit les variables suivantes :

- $x_s(t)$: position de Spirit sur Mars,
- $C_{S-R}(t)$: couple moteur appliqué sur la roue,
- $F_{R-S}(t)$: effort d'une roue sur Spirit,
- $F_{M-R}(t)$: effort de liaison,
- $F_{V-S}(t)$: effort dû au vent dans la direction \vec{x}_s , modélisant la perturbation sur Spirit.

L'étude de la motorisation, dans le cas d'un moteur à courant continu, donne les équations suivantes :

$$u(t) = e(t) + R_m \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad (4)$$

$$\frac{C_{S-R}(t)}{\eta} = K_t \cdot i(t) \quad (5)$$

$$e(t) = K_e \cdot \frac{\eta}{R_r} \cdot \frac{dx_s(t)}{dt} \quad (6)$$

On définit les constantes suivantes :

- $R_m = 2,9 \Omega$: résistance aux bornes de l'induit,
- L : inductance aux bornes de l'induit,
- $K_t = 0,07 \text{ N.m.A}^{-1}$: constante de couple,
- $K_e = 0,07 \text{ V.s}$: constante de force contre électromotrice.

On définit les variables suivantes :

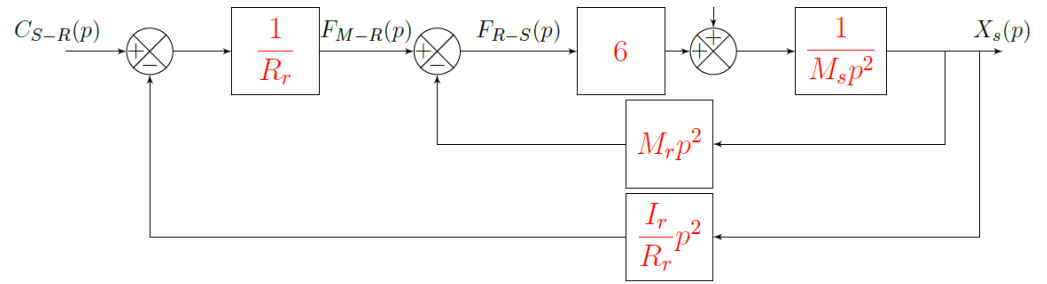
- $u(t)$: tension d'alimentation du moteur,
- $e(t)$: force contre électromotrice,
- $i(t)$: intensité traversant le moteur.

Question 11: On se place dans les conditions de Heaviside, écrire la transformée de Laplace des équations de la dynamique, notées de (1) à (3).

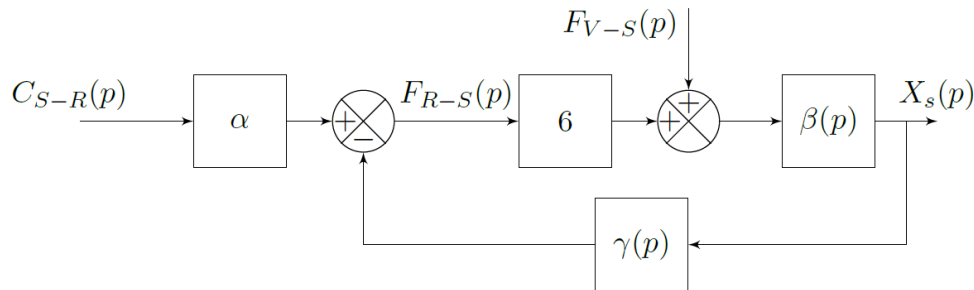
Réponse 11: Dans les conditions de Heaviside (CI nulles) : $M_s \cdot p^2 \cdot X_s(p) = 6 \cdot F_{R-S}(p) + F_{V-S}(p)$
 $M_r \cdot p^2 \cdot X_s(p) = -F_{R-S}(p) + F_{M-R}(p)$
 $\frac{I_r}{R_r} \cdot p^2 \cdot X_s(p) = C_{S-R}(p) - R_r \cdot F_{M-R}(p)$

Question 12: À partir des équations précédentes dans le domaine de Laplace, recopier puis compléter le schéma bloc suivant.

Réponse 12:



Question 13: Montrer que le schéma-bloc précédent peut se mettre sous la forme suivante. Préciser les expressions de α , $\beta(p)$ et $\gamma(p)$.



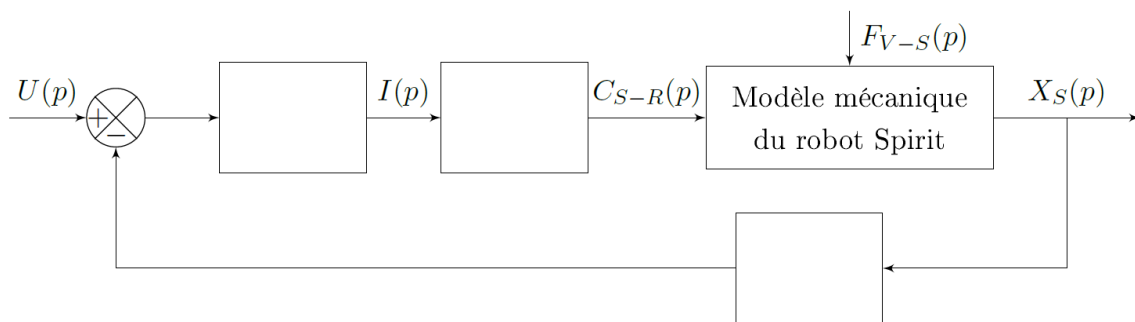
Réponse 13:

$$\alpha = \frac{1}{R_r}$$

$$\beta = \frac{1}{M_s p^2}$$

$$\gamma = \left(M_r + \frac{I_r}{R_r^2} \right) p^2$$

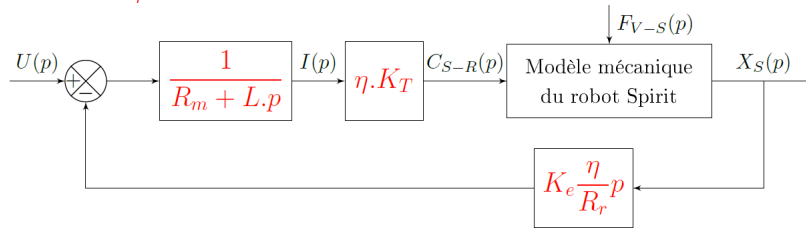
Question 14: Écrire la transformée de Laplace des équations régissant le moteur à courant continu, notées (4) à (6), et compléter le schéma bloc suivant avec des "équations".



Réponse 14: $U(p) = E(p) + R_m I(p) + LpI(p)$

$$\frac{C_{S-R}(p)}{\eta} = K_t I(p)$$

$$E(p) = K_e \cdot \frac{\eta}{R_r} \cdot p \cdot X_s(p)$$



Question 15: Ce schéma bloc représente-t-il un système asservi? Justifier la réponse.

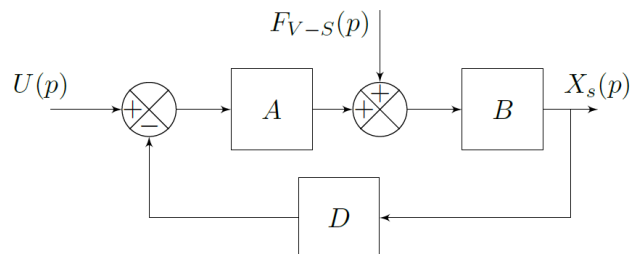
Réponse 15: Non, car la grandeur de sortie n'est pas la même que la grandeur d'entrée... Et surtout le bloc dans la branche de retour ne représente pas un capteur. On ne pourra parler « que » de système bouclé.

4.2.b Vérification des performances

L'objectif de cette partie est de vérifier les performances du système.

Le moteur utilisé dispose d'une inductance très faible ce qui permet par la suite de simplifier le modèle. On va donc considérer $L = 0$.

Le schéma-blocs précédent complété peut se mettre sous la forme :



Avec :

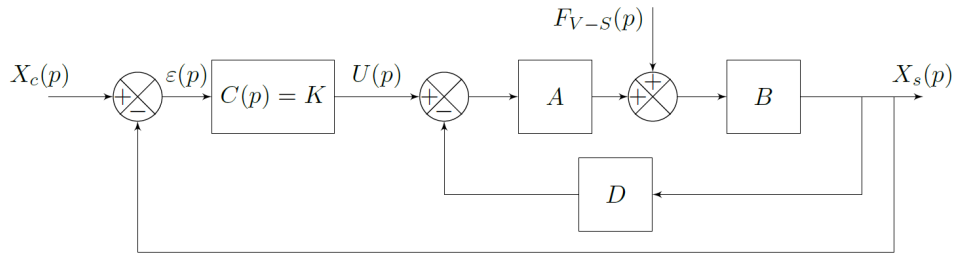
- $A = a$ avec $a = \frac{6 \cdot \eta \cdot K_t}{R_m \cdot R_r} = 55,1 N \cdot V^{-1}$;

- $B = \frac{1}{b \cdot p^2}$ avec $b = M_s = 180 kg$;

- $D = d \cdot p^2 + c \cdot p$ avec $d = \frac{I_r \cdot R_m + M_r \cdot R_r^2 \cdot R_m}{\eta \cdot R_r \cdot K_t} = 1,18 V \cdot s^2$ et $c = \frac{\eta \cdot K_e}{R_r} = 26,6 V \cdot s \cdot m^{-1}$.

Pour la suite, ce résultat est admis.

Pour contrôler le robot correctement, un asservissement de position est réalisé selon le principe suivant :



Question 16: Montrer que $X_s(p) = G_1(p).X_c(p) + G_2(p).F_{V-s}(p)$ en exprimant $G_1(p)$ et $G_2(p)$ en fonction de A , B , D et K .

Réponse 16: On repère deux boucles concentriques. La perturbation $F_{V-s}(p)$ doit être sortie de ces deux boucles. On peut travailler par transformations successives.

On sort $F_{V-s}(p)$ de la boucle centrale puis on applique Black sur la boucle intérieure.

On peut ensuite sortir $F_{V-s}(p)$ de la boucle extérieure et appliquer de nouveau la formule de Black pour obtenir :

$$X_s(p) = \underbrace{\frac{ABK}{1 + ABK + ABD}}_{G_1(p)} X_c(p) + \underbrace{\frac{B}{1 + ABK + ABD}}_{G_2(p)} F_{V-s}(p).$$

Question 17: En remplaçant A , B et D par leur expression (en fonction de a , b , c , d), montrer que l'on peut écrire $G_1(p)$ et $G_2(p)$ sous la forme de deux seconds ordres de gain K_1 , K_2 et de caractéristique ω_0 et ξ . Préciser leur expression.

Réponse 17: $G_1(p) = \frac{1}{1 + \frac{c}{K}p + \frac{b+ad}{aK}p^2}$

D'où $K_1 = 1$; $\omega_0 = \sqrt{\frac{aK}{b+ad}}$ et $\xi = \sqrt{\frac{ac^2}{4K(b+ad)}}$

$G_2(p) = \frac{\frac{1}{aK}}{1 + \frac{c}{K}p + \frac{b+ad}{aK}p^2}$

D'où $K_2 = \frac{1}{aK}$

Une étude a permis de déterminer la valeur numérique de K . Afin de valider cette valeur un essai a été réalisé sur le robot Spirit. Cet essai a été réalisé en l'absence de vent. Le relevé obtenu est le suivant :

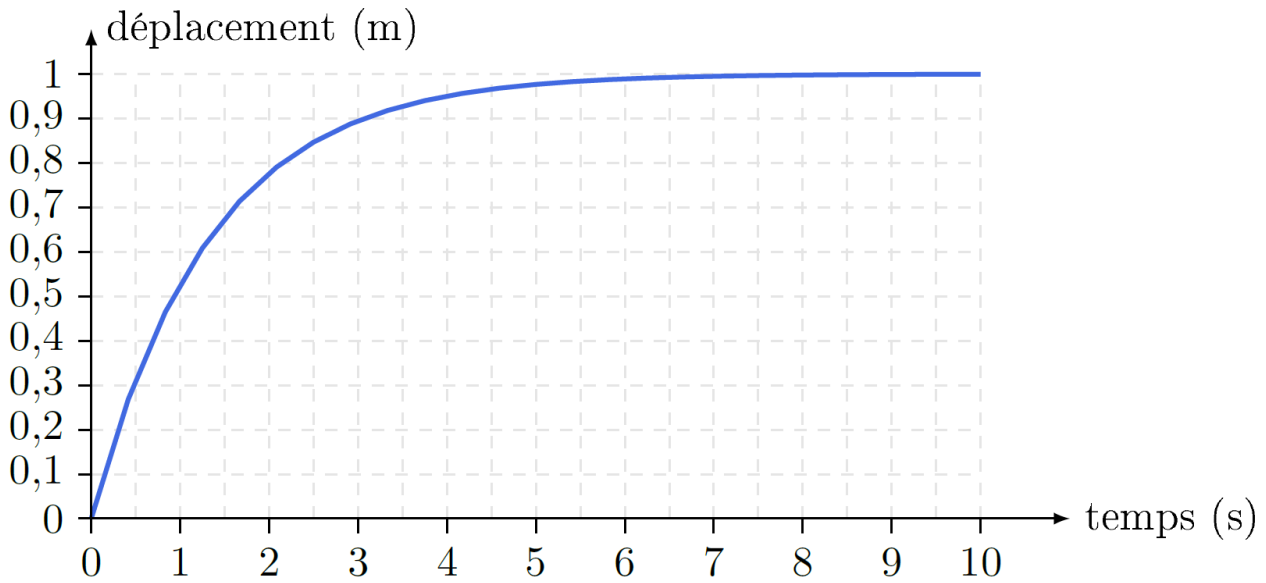


FIGURE 6 – Allure de la réponse pour une entrée en échelon d’amplitude 1m

Question 18: Vérifier le cahier des charges et conclure.

Réponse 18:

— Aucun dépassement \Rightarrow OK

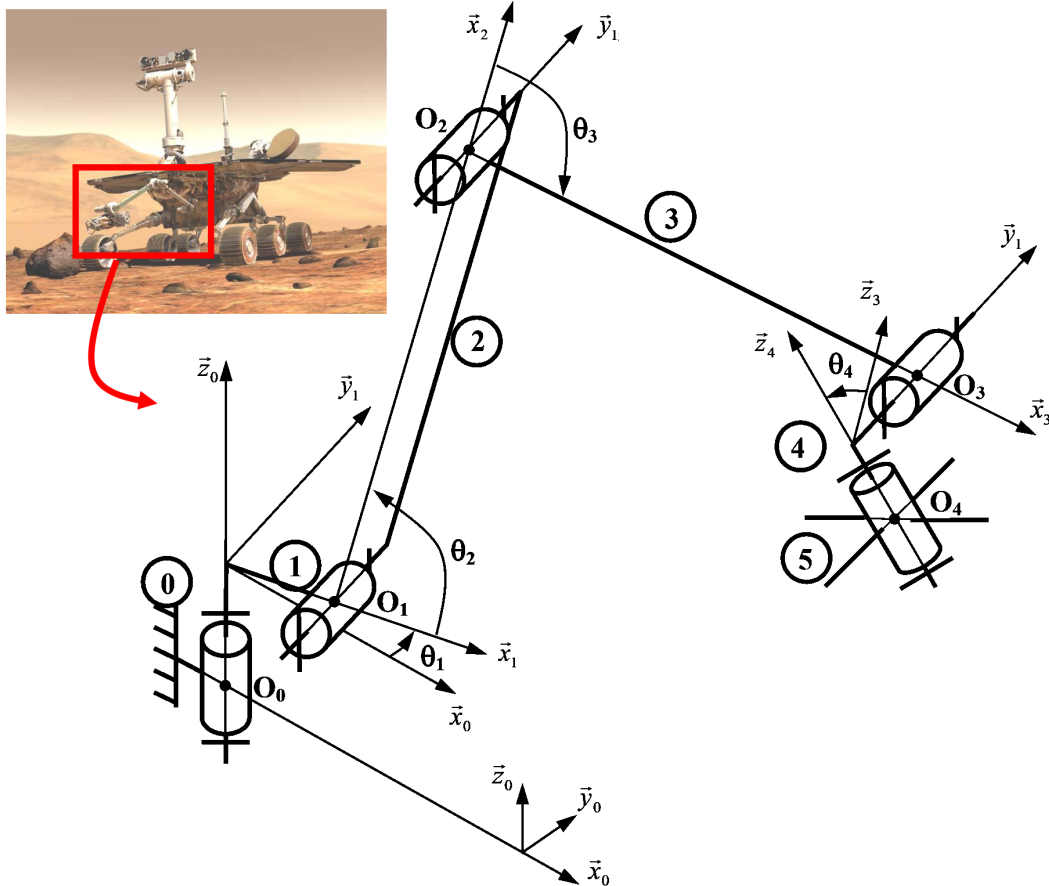
— Rapidité : $tr_{5\%} = 4s < 5s \Rightarrow$ OK

En l’absence de vent le cahier des charges est respecté.

4.3 Phase de déploiement

L’objectif de cette partie est de déterminer la vitesse et l’accélération de certains points du bras articulé.

- Le corps du robot est repéré $\mathbf{0}$. On lui attache un repère $R_0(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ et le point O_0 est à la hauteur h_0 du sol, supposée constante;
- La liaison entre le solide $\mathbf{1}$ et le corps $\mathbf{0}$ du robot est modélisée par une liaison pivot parfaite d’axe (O_0, \vec{z}_0) . On attache au solide $\mathbf{1}$ le repère $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$, on pose $\overrightarrow{O_0O_1} = a_1 \cdot \vec{x}_1 + c_1 \cdot \vec{z}_0$ et $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ avec $-\pi/2 \leq \theta_1 \leq \pi/2$;
- La liaison entre le bras $\mathbf{2}$ et le solide $\mathbf{1}$ est modélisée par une liaison pivot parfaite d’axe (O_1, \vec{y}_1) . On attache au solide $\mathbf{2}$ le repère $R_2(O_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, on pose $\overrightarrow{O_1O_2} = a_2 \cdot \vec{x}_2$ et $\theta_2 = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ avec $-\pi/4 \leq \theta_2 \leq \pi/4$;
- La liaison entre l’avant bras $\mathbf{3}$ et le bras $\mathbf{2}$ est modélisée par une liaison pivot parfaite d’axe (O_2, \vec{y}_2) . On attache au solide $\mathbf{3}$ le repère $R_3(O_3, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$, on pose $\overrightarrow{O_2O_3} = a_3 \cdot \vec{x}_3$ et $\theta_3 = (\vec{x}_2, \vec{x}_3)$ avec $0 \leq \theta_3 \leq \pi$;
- La liaison entre le solide $\mathbf{4}$ et l’avant bras $\mathbf{3}$ est modélisée par une liaison pivot parfaite d’axe (O_3, \vec{y}_3) . On attache au solide $\mathbf{4}$ le repère $R_4(O_4, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$, on pose $\overrightarrow{O_3O_4} = -b_4 \cdot \vec{y}_3 - c_4 \cdot \vec{z}_3$ et $\theta_4 = (\vec{x}_3, \vec{x}_4)$ avec $-\pi \leq \theta_4 \leq \pi$;
- La liaison entre le solide $\mathbf{5}$ (sur lequel se trouvent les quatre outils d’étude de la roche) et le solide $\mathbf{4}$ est modélisée par une liaison pivot parfaite d’axe (O_4, \vec{z}_4) . Dans cette étude, il n’y a pas de commande de cette liaison pivot.

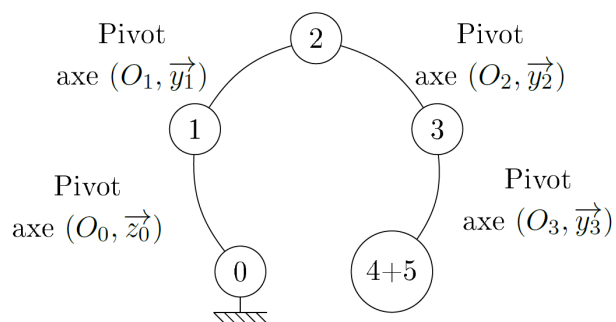


Les positions relatives $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ de chaque solide sont pilotées par 4 actionneurs indépendants notés M_1, M_2, M_3, M_4 constitués d'un moteur, d'un réducteur irréversible et d'un codeur.

Données : $h_0 = 0,5m$ $a_1 = 0,1m$ $c_1 = 0,1m$ $a_2 = 0,5m$ $a_3 = 0,8m$ $b_4 = 0,1m$ $c_4 = 0,1m$

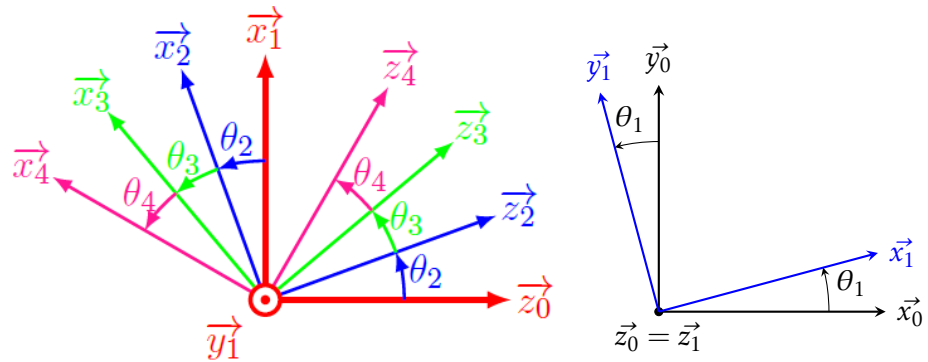
Question 19: Réaliser le graphe de liaison du système.

Réponse 19:



Question 20: Réaliser les figures de changement de bases pour les angles $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ et θ_4 et écrire les vecteurs rotations $\vec{\Omega}_{1/0}, \vec{\Omega}_{2/1}, \vec{\Omega}_{3/2}$ et $\vec{\Omega}_{4/3}$

Réponse 20:



$$\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \dot{\theta}_1 \vec{z}_0, \overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \dot{\theta}_2 \vec{y}_1, \overrightarrow{\Omega_{3/2}} = \dot{\theta}_3 \vec{y}_1 \text{ et } \overrightarrow{\Omega_{4/3}} = \dot{\theta}_4 \vec{y}_1.$$

Question 21: Déterminer l'expression littérale du vecteur position du point O_4 par rapport à R_2 .

Réponse 21: $\overrightarrow{O_2 O_4} = \overrightarrow{O_2 O_3} + \overrightarrow{O_3 O_4}$
 $\overrightarrow{O_2 O_4} = a_3 \vec{x}_3 - b_4 \vec{y}_1 - c_4 \vec{z}_4$

Question 22: Déterminer l'expression littérale la plus concise de $\overrightarrow{V_{O_4 \in 5/2}}$.

Réponse 22: On dérive le vecteur position, à l'aide de la formule de Bour, on trouve
 $\overrightarrow{V_{O_4 \in 5/2}} = -c_4(\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4) \vec{x}_4 - a_3 \dot{\theta}_3 \vec{z}_3$.

Question 23: Déterminer l'expression littérale de $\overrightarrow{\Gamma_{O_4 \in 5/2}}$.

Réponse 23: On dérive le vecteur vitesse et on trouve
 $\overrightarrow{\Gamma_{O_4 \in 5/2}} = -c_4(\ddot{\theta}_3 + \ddot{\theta}_4) \vec{x}_4 - c_4(\dot{\theta}_3 + \dot{\theta}_4)^2 \vec{z}_4 - a_3 \ddot{\theta}_3 \vec{z}_3 - a_3 \dot{\theta}_3^2 \vec{x}_3$.