DS 6 - SI

Consignes

- Copies propres et bien présentées: $\boxed{\text{encadrer vos résultats}}$, souligner les applications numériques (avec une règle bien sûr)...
- Uniquement la calculatrice est autorisée.

Table des matières

1 Réglage d'un correcteur proportionnel **1**

1.1 Lecture de Bode 1

1.2 Réglage des marges 2

2 Banc de test de pneumatique **3**

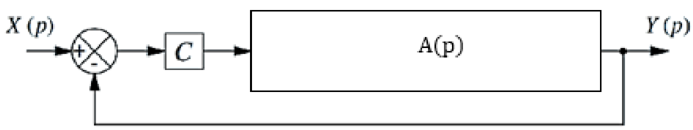
3 Pilote automatique de voilier **4**

4 Chaîne de transmission pour un positionnement de précision **5**

5 Réalisation d'un diagramme de Bode **6**

1. Réglage d'un correcteur proportionnel

On considère le système asservi à retour unitaire dont le schéma-bloc est donné ci-dessous :



Avec $C(p) = 1$

1.1 Lecture de Bode

Question 1: Identifier la fonction de transfert en boucle ouverte $A(p)$ à partir du diagramme de Bode suivant ($C(p) = 1$).

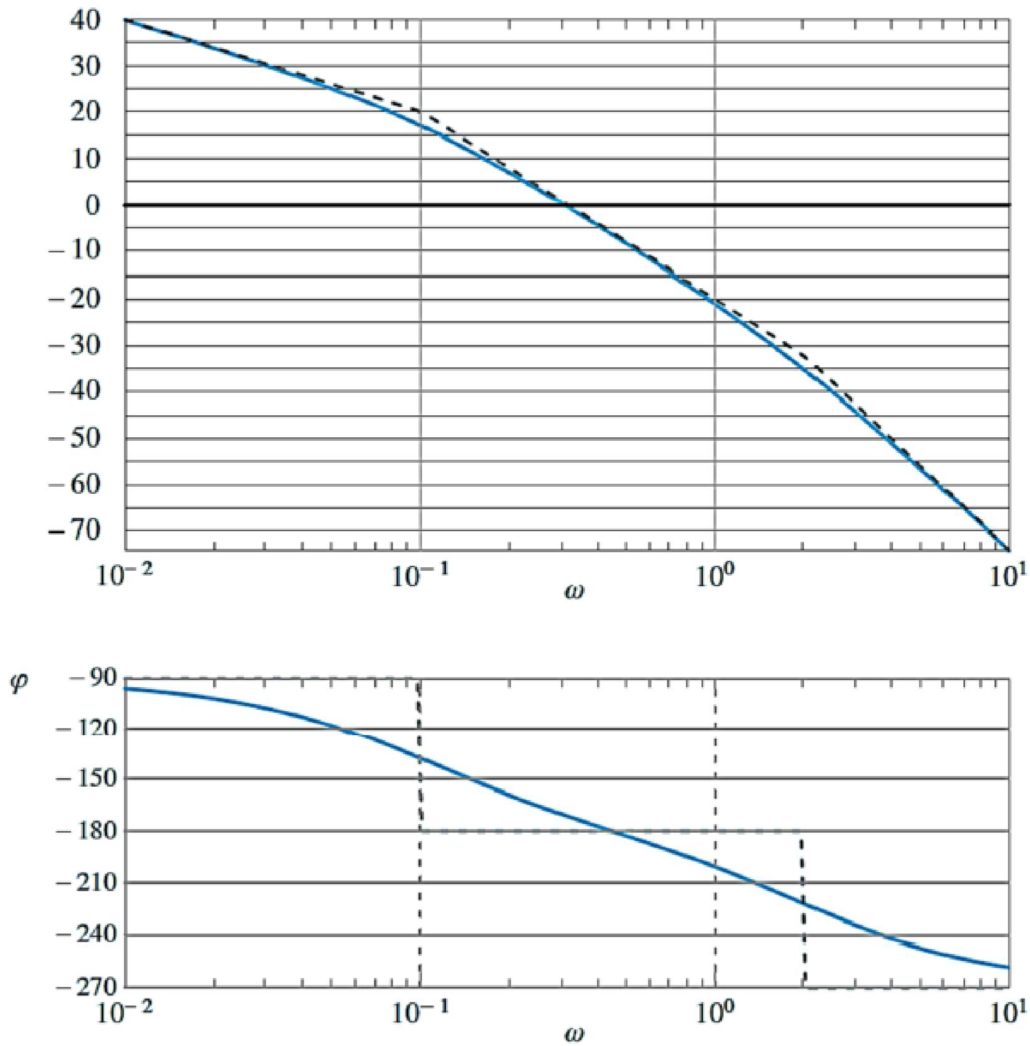


Diagramme de Bode

Question 2: En traçant sur le diagramme, déterminer les valeurs des marges de phase et de gain. En déduire que le système est stable.

Question 3: Donner l'erreur statique pour une entrée en échelon d'amplitude E_0.

1.2 Réglage des marges

Le cahier des charges du système requiert une marge de gain de $12dB$ et une marge de phase de 40°. Pour cela nous ajoutons un correcteur proportionnel pur $C(p) = C$.

Question 4: Déterminer la valeur de C, gain pur, permettant de satisfaire l'exigence de marge de phase.

Question 5: Déterminer la valeur de C, gain pur, permettant de satisfaire l'exigence de marge de gain.

Question 6: En déduire la valeur de C qui permet de satisfaire simultanément les deux exigences.

2. Banc de test de pneumatique

On s'intéresse à un banc de test d'usure de pneumatiques. Un ensemble pneumatique et jante 2, entraîné en rotation par rapport au bras 3 à l'aide d'un moto-réducteur, roule sur un plateau tournant 1. Le bras 3 et le plateau tournant 1 sont entraînés en rotation par rapport aux bâti 0 à l'aide de deux autres moto-réducteurs. En assimilant la roue 2 à un disque on obtient le schéma cinématique de la Figure 1.

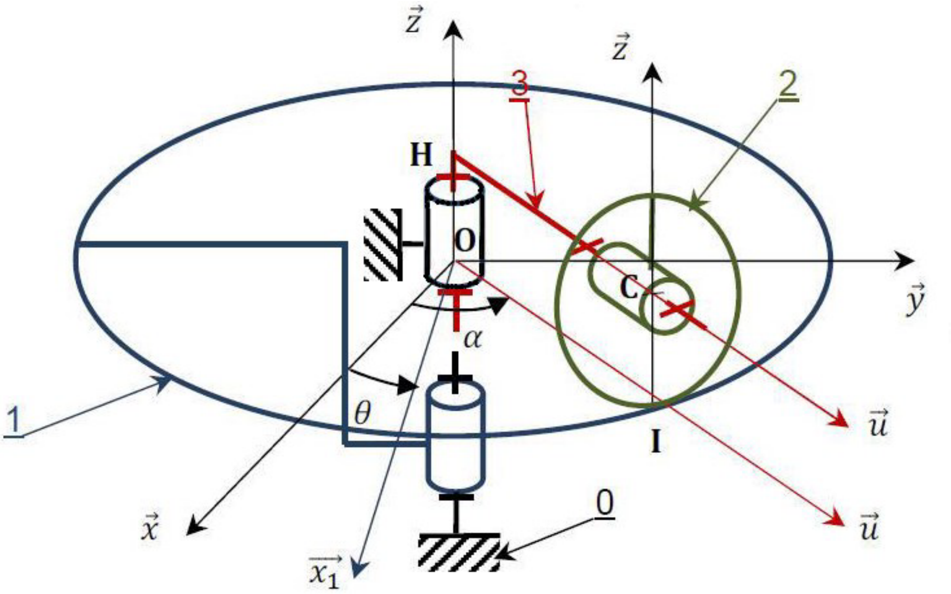


Figure 1 – Schéma cinématique issu de la modélisation du système

Le paramétrage est le suivant :

- Le bâti 0, considéré fixe, est associé au repère $R_0 : (O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$.
- Le plateau tournant 1, dont le repère associé est $R_1 : (O,\vec{x_1},\vec{y_1},\vec{z_1})$, est en mouvement de rotation d'axe $(O,\vec{z})$ par rapport au bâti 0 tel que $\vec{z}=\vec{z_1}$ et $(\vec{x},\vec{x_1})=\theta$.
- Le bras 3, dont le repère associé est $R_3 : (H,\vec{u},\vec{v},\vec{w})$, est en mouvement de rotation d'axe $(O,\vec{z})$ par rapport au bâti 0 tel que $\vec{z}=\vec{w}$ et $(\vec{x},\vec{u})=\alpha$.
- L'ensemble pneumatique et jante 2, dont le repère associé est $R_2 : (C,\vec{x_2},\vec{y_2},\vec{z_2})$, est en mouvement de rotation d'axe $(H,\vec{u})$ par rapport au bras 3 tel que $\vec{u}=\vec{x_2}$ et $(\vec{z},\vec{z_2})=\beta$.
- On pose $\overrightarrow{OH}=e\vec{z}$, $\overrightarrow{HC}=d\vec{u}$ et on note r le rayon du pneumatique 2 qui est en contact avec le plateau 1 au point I.

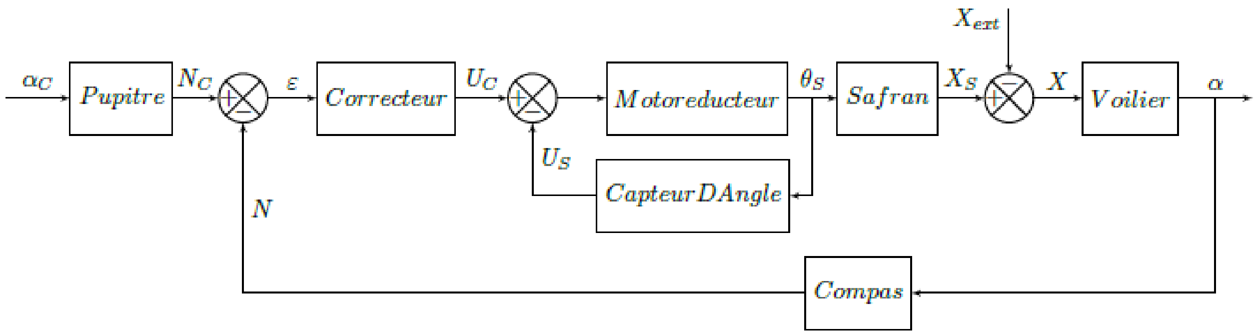
Question 7: Déterminer l'expression du vecteur vitesse de glissement entre 1 et 2.

Question 8: En déduire la relation scalaire entre les vitesses de rotation des trois actionneurs, liés à $\dot{\theta}$, $\dot{\alpha}$ et $\dot{\beta}$, afin d'assurer en permanence le roulement sans glissement du pneumatique sur le plateau.

Question 9: Déterminer les expressions des vecteurs de roulement et de pivotement. *Rappel : Ces vecteurs sont définies tels que :*
$\overrightarrow{\Omega_{2/1}}=\overrightarrow{\Omega_{p2/1}}+\overrightarrow{\Omega_{r2/1}}$, *où* $\overrightarrow{\Omega_{r2/1}}$ *est le vecteur de roulement et* $\overrightarrow{\Omega_{p2/1}}$ *celui de pivotement. De plus le vecteur de pivotement est porté par la normale au plan du contact.*

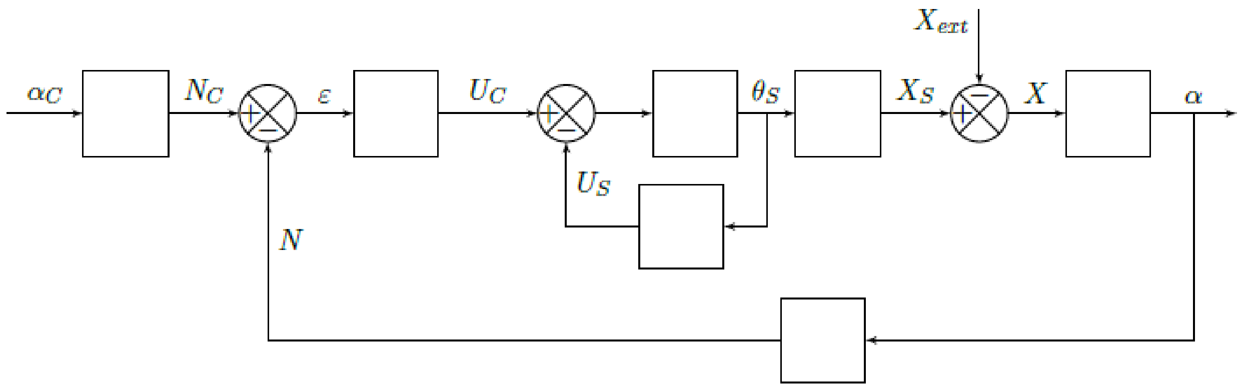
3. Pilote automatique de voilier

Un pilote automatique de voilier est un dispositif chargé de barrer un voilier automatiquement, permettant au skipper de s'occuper des réglages des voiles ou de se reposer. Le système régule le cap du voilier à la valeur de consigne définie par le pilote. Le schéma-blocs fonctionnel est décrit sur la figure ci-dessous.



- Le skipper entre le cap consigne dans le pupitre de gain K_{PU} qui traduit l'information sous forme d'une variable N_c transmise au calculateur ;
- Le correcteur $C(p)$ élabore la commande U_c du groupe motorisation qui entraîne le safran d'un angle θ_S. Le correcteur est, en première approximation, choisi comme une constante $C(p) = K_p$;
- La fonction de transfert du groupe motorisation vaut $H_m(p) = \dfrac{K_m}{p}$;
- La rotation du safran génère une action X_S entraînant le voilier en rotation. Le gain du safran vaut $Ks = \dfrac{1}{L}$ où L est une distance caractéristique du voilier ;
- Diverses perturbations (vagues, vent, etc.) exercent d'autres actions X_{ext} perturbant le mouvement du voilier ;
- Le comportement du voilier est modélisé par la fonction de transfert $H_b(p) = \dfrac{V}{p}$ où V est la vitesse du voilier ;
- Le compas de gain K_C mesure le cap réel du voilier et transmet l'information au calculateur sous forme d'une variable N ;
- Un second capteur de gain K_a est implanté sur le système, permettant de tenir compte de l'angle du safran dans la commande du système.

Question 10: Compléter le schéma-bloc ci-dessous correspondant au système asservi.



Question 11: Déterminer la valeur de K_{PU}.

Question 12: Calculer la fonction de transfert $H_1(p) = \dfrac{\alpha}{\alpha_c}$ et l'exprimer sous forme canonique.

Question 13: Déterminer l'erreur statique pour une entrée en échelon $\alpha_c = \alpha_0 u(t)$. Préciser le nom du théorème utilisé.

Question 14: Pour une perturbation en échelon, $X_{ext} = X_0 u(t)$ déterminer l'erreur statique due à la perturbation. Conclure quant à l'influence de la perturbation sur la précision du système.

4. Chaîne de transmission pour un positionnement de précision

L'objectif est de positionner avec précision le centre d'inertie d'un pendule dans un sismomètre. L'exigence de précision requiert une précision sur le positionnement de $\pm 3\mu m$. Le schéma cinématique de la chaîne de transmission considérée est présentée Figure 2.

La notation du vecteur vitesse de rotation d'un solide i par rapport à un solide j est la suivante

$$\overrightarrow{\Omega_{i/j}}.\vec{y_2} = \omega_{i/j}$$

La Figure 3 représente la chaîne de transmission.

Le joint d'Oldham permet un accouplement sans erreur entre l'arbre de sortie du réducteur et la vis du système vis-écrou. Ce type de joint est homocinétique, c'est-à-dire que la vitesse de rotation de l'arbre de sortie du réducteur 5 est la même que celle de la vis v par rapport au pendule 2 :

$$\omega_{5/2} = \omega_{v/2}$$

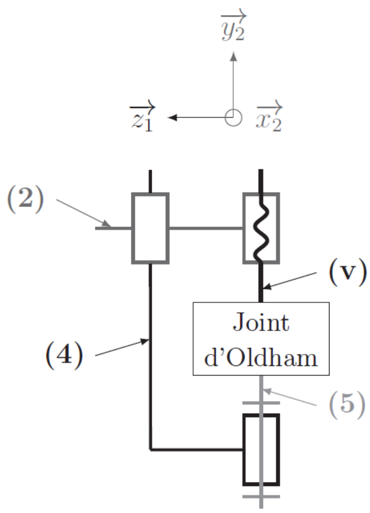


Figure 2 – Schéma cinématique de la chaîne de transmission

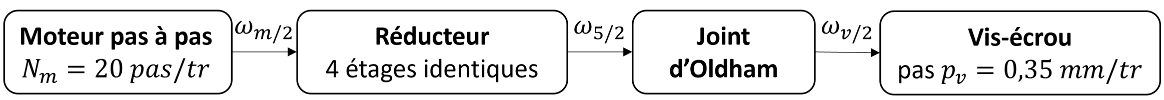


Figure 3 – Chaîne de transmission

Question 15: Justifier que $\omega_{4/2} = 0$.

La Figure 4 donne le schéma cinématique du dernier étage du réducteur ainsi que le nombre de dent des roues dentées.

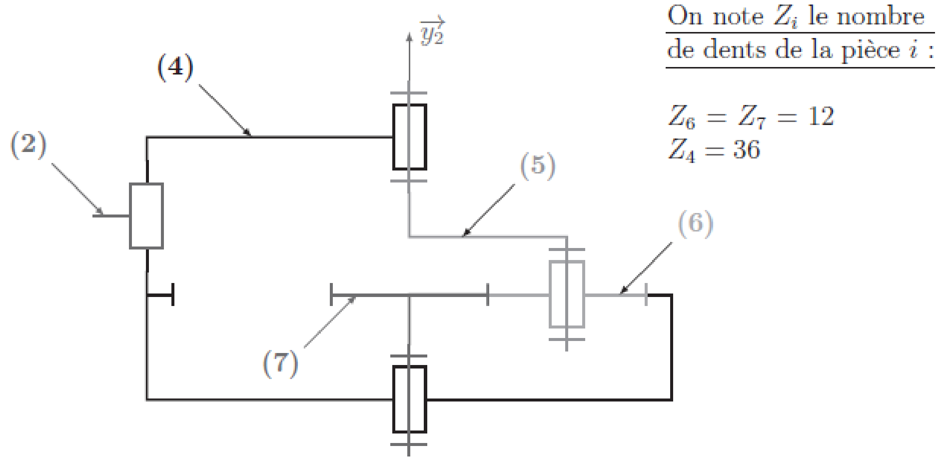


FIGURE 4 – Schéma cinématique du dernier étage du réducteur

Question 16: Établir l'expression du rapport de transmission d'un étage $k = \dfrac{\omega_{5/2}}{\omega_{7/2}}$ en fonction des nombres de dents Z_i et faire l'application numérique.

La Figure 5 montre le schéma cinématique global du mécanisme de translation du centre d'inertie.

Question 17: Exprimer le rapport de transmission global du réducteur $k_g = \dfrac{\omega_{5/2}}{\omega_{m/2}}$ en fonction de k.

Question 18: En s'appuyant sur les notations et données de la Figure 3, établir l'expression du déplacement linéaire d_v de la vis v par pas du moteur en fonction de N_m, k_g et p_v.

Question 19: Réaliser l'application numérique et conclure quant à l'exigence de précision du positionnent du centre d'inertie.

5. Réalisation d'un diagramme de Bode

Soit la fonction :

$$H(p) = \frac{2}{p(1 + \frac{0,4}{20}p + \frac{1}{400}p^2)}$$

Question 20: Tracer le diagramme asymptotique en faisant clairement apparaître les pentes, valeurs remarquables du gain, de la phase et des pulsations. *Attention à bien noter l'échelle également.*

Question 21: Ajouter les tracés réels en précisant les valeurs particulières et en les justifiant par le calcul *(uniquement ces valeurs !)*.

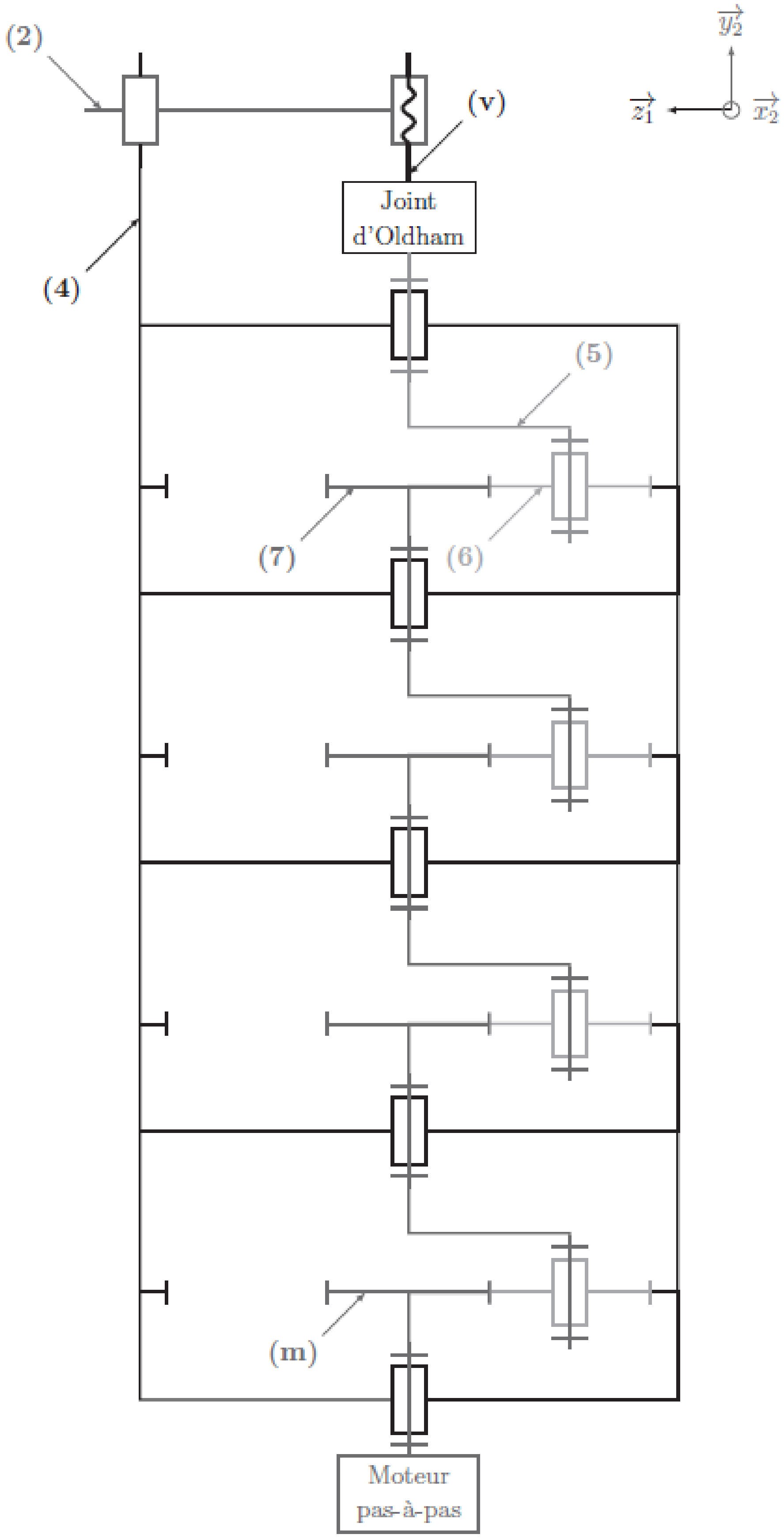


FIGURE 5 – Schéma cinématique du mécanisme de translation du centre d'inertie

Diagramme de gain :

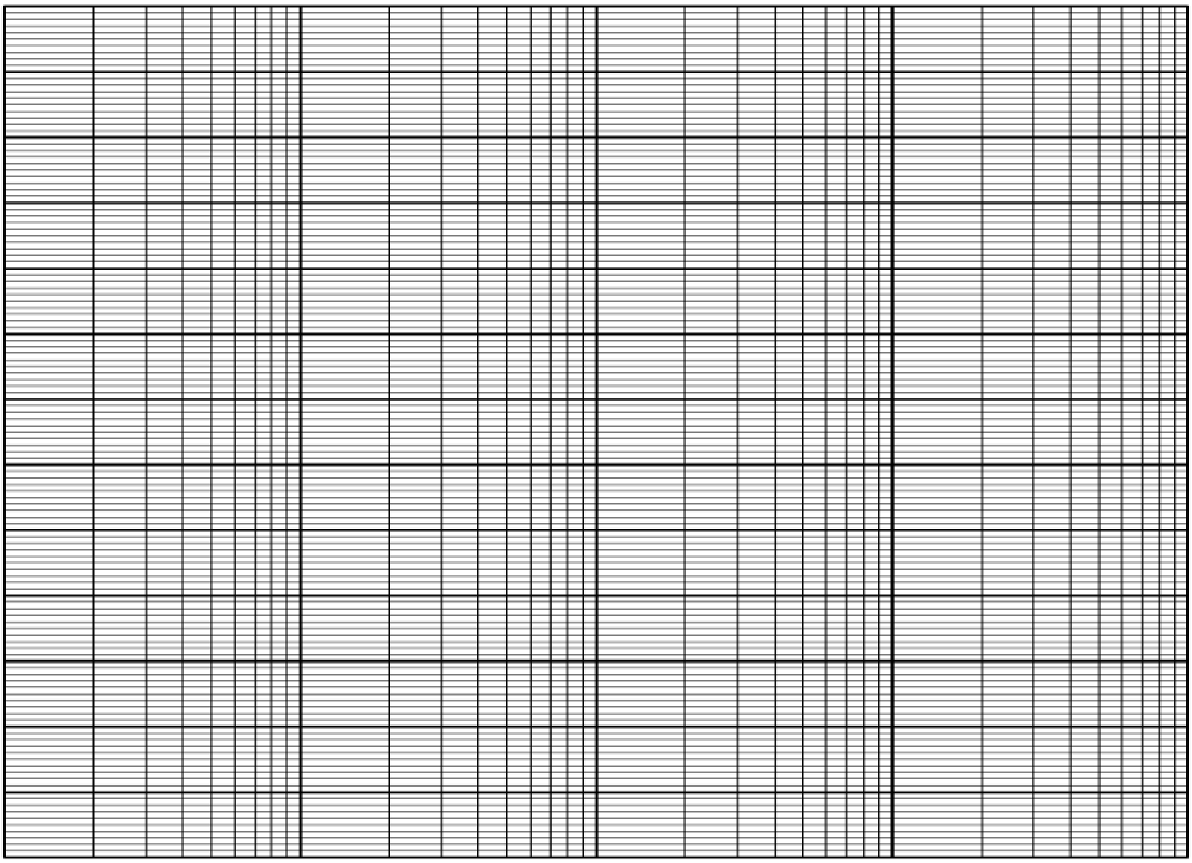


Diagramme de phase :