

Outils pour la Physique - TD

1 Quelques dimensions et unités (*)

1. Relier les grandeurs suivantes aux sept grandeurs du système international et relier leur unité aux sept unités de base du système international :

- la fréquence f
- la masse volumique ρ
- énergie, notée \mathcal{E} (en joules J)
- la puissance, notée \mathcal{P} (en watt W)
- la pression, notée p (en pascals Pa)
- la capacité thermique C
- la conductivité thermique λ

2. En utilisant une expression électrique de la puissance, déterminer grâce au résultat de la question 1.(d) la dimension d'une tension et d'une résistance.

2 Unités de différentes constantes fondamentales (**)

En utilisant **des formules de cours vues au lycée** (que vous pourrez rechercher sur internet) , déterminer l'unité S.I. des constantes fondamentales suivantes (on n'utilisera pas d'unités dérivées) :

- Constante de gravitation universelle G
- Constante de Planck h
- Constante des gaz parfait R

3 Homogénéité de quelques équations (**)

Vérifier l'homogénéité des équations suivantes :

- L'expression de l'énergie potentielle de pesanteur $E_p = mgz$ où m est une masse, g le champ de pesanteur terrestre et z une distance.
- L'expression donnant la position d'une particule dans un champ électrique E : $\mathbf{z}(t) = -\frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2 + \mathbf{v}_0 t$ où t est un temps, v_0 la vitesse initiale de la particule, m sa masse et q sa charge.
- La relation entre la quantité de matière d'un soluté, sa concentration massique c et sa masse molaire :
$$n = \frac{cV}{M}$$
- La loi de Bernoulli dans un fluide : $\frac{\rho v^2}{2} + \rho g z + p = C$ où g est l'accélération de la pesanteur, v la vitesse du fluide, ρ sa masse volumique, z sa hauteur, p sa pression, et C une constante. Quelle est nécessairement la dimension de la constante C ?

5. La troisième loi de Képler pour le mouvement des planètes : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$ où T est la période de rotation, r le rayon de l'orbite, G la constante de gravitation universelle et M la masse du Soleil.

4 Relation de dispersion (**)

On cherche la *relation de dispersion* des ondes à la surface de l'eau, c'est-à-dire la relation entre la pulsation ω (définie par $\omega = 2\pi f$ où f est la fréquence) et le vecteur d'onde k (défini par $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ où λ est la longueur d'onde).

- Dans la limite des k petits (ondes de grande longueur d'onde), le problème ne dépend que de l'accélération de la pesanteur g . Déterminer la relation $\omega = f(k, g)$ par analyse dimensionnelle.
- Dans la limite des k grands (ondes de petites longueur d'onde), le problème ne dépend plus de g mais de la masse volumique ρ du fluide ainsi que de sa tension superficielle σ .
 - La tension superficielle caractérise "l'élasticité" de l'interface eau/air. En particulier, si l'on note P_1 la pression du côté de l'eau et P_2 la pression du côté de l'air de part et d'autre de cette interface, on a $P_1 - P_2 = \frac{4\sigma}{r}$ où r est une longueur caractérisant la courbure de cette interface. En déduire la dimension de σ .
 - Montrer qu'elle est homogène à une énergie par unité de surface, ou encore à une force par unité de longueur.
 - Déterminer $\omega = f(k, \rho, \sigma)$ par analyse dimensionnelle.

5 Conversions d'unité (*)

- L'électron Volt est une unité d'énergie, telle que $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.
 - Exprimer l'énergie $E = 13,6 \text{ eV}$ en joules.
 - Exprimer l'énergie $E = 2,4 \cdot 10^{-18} \text{ J}$ en eV.
- L'eau du robinet possède une conductivité $\sigma \approx 500 \text{ mS/cm}$. Le Siemens (S) est une unité dérivée du S.I, telle que $1 \text{ S} = 1 \Omega^{-1}$. Exprimer σ en S/m.
- Un fil de longueur $\ell = 6 \text{ cm}$ possède une masse $m = 3 \text{ mg}$. Déterminer la masse linéique (masse par unité de longueur) du fil en USI.
- Un hectare correspond à la surface d'un carré de côté 100 m . La Corse possède une superficie de 8722 km^2 . Exprimer cette surface en hectares.
- Un liquide possède une masse volumique $\rho = 1,2 \text{ kg/L}$. L'exprimer en USI puis en g/L.
- Une année lumière est la distance parcourue par la lumière (à la vitesse $c = 300000 \text{ km/s}$) en une année ($1 \text{ a} = 365,25 \text{ j}$).
 - Alpha du Centaure se situe à $4,7$ années lumière de la Terre. Exprimer cette distance en m.

- (b) Une unité astronomique (u.a) est égale à la distance entre la Terre et le Soleil, soit 8 minute lumières. Exprimer la distance entre la Terre et Alpha du Centure en u.a.

Indications

Ex 1 : 1. d. Trouver une relation (vue au lycée) entre puissance et énergie (ou travail) - 1. e. La pression est une force par unité de surface - 1. g. Utiliser deux formules différentes pour la résistance thermique, l'une faisant apparaître λ . On rappelle que le flux thermique est une puissance.

Ex 3 : 1. Déterminer la dimension de l'énergie à l'aide d'une autre formule d'énergie. - 2. Etudier la dimension de chaque terme de la somme. Quelle formule connaissez-vous (du lycée) qui fasse intervenir le champ électrique ?

Ex 4 : 1. On cherchera ω de la forme $\omega = k^\alpha g^\beta$ (à une constante multiplicative près).

Réponses

Ex 1 : $[E] = M.L^2.T^{-2}$; $[P] = M.L^2.T^{-3}$; $[p] = M.L^{-1}.T^{-2}$; $[\lambda] = \Theta^{-1}.M.T^{-3}.L$

Ex 2 : \mathcal{G} en $m^3.s^{-2}.kg^{-1}$; h en $kg.m^2.s^{-1}$; R en $kg.m^2.s^{-2}.mol^{-1}.K^{-1}$

Ex 4 : 1. $\omega = \sqrt{gk}$ - 2. $\omega = \sqrt{\frac{\sigma k^3}{\rho}}$