

Colles 22 - 25/03/2024 au 29/03/2024

Thèmes traités en classe

- Chapitre 19 : Développements limités.
Exercices traités en classe : 1, 5, 7, 8, 10.
- Chapitre 20 : Espaces vectoriels.
 1. Définition et exemples importants.
 2. Combinaisons linéaires.
 3. Sous-espaces vectoriels : définition, exemples.
 4. Intersection de sev, sev engendré par une famille finie de vecteurs.
 5. Famille génératrice, famille libre/liée, base.**Exercices traités en classe :** I.1, I.2, I.3, II.1, II.8, II.9.

Questions de cours

- Développement limité de $x \mapsto \frac{1}{1-x}$ en 0 à l'ordre n , avec la démonstration.
- Énoncer la formule de Taylor-Young avec ses hypothèses. Retrouver le DL de $x \mapsto e^x$ en 0.
- Déterminer le $DL_5(0)$ de \tan .
- C19 Exercice 5 : On considère $f :]-\infty, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ donnée par $f(0) = 0$ et $f(t) = -\frac{\ln(1-t)}{t}$ pour $t \neq 0$.
 1. Justifier que f est de classe \mathcal{C}^1 sur $] -\infty, 0[\cup] 0, 1[$.
 2. En utilisant le $DL_2(0)$ de $x \mapsto \ln(1-x)$, justifier que f est dérivable en 0.
 3. Montrer que f est de classe \mathcal{C}^1 sur $] -\infty, 1[$.
- L'ensemble des solutions d'un système linéaire $AX = 0$ (avec $A \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$) est un sev de \mathbb{K}^p . Illustration avec le cas des droites vectorielles du plan et des plans vectoriels de \mathbb{R}^3 .
- L'intersection d'une famille de sev est un sev.
- Sev engendré par (u_1, \dots, u_p) : définition et démonstration que c'est un sev.
- Une famille de polynômes de $\mathbb{K}[X]$ échelonnée en degré est libre. Démonstration par l'absurde.
- C20 Exercice II.8 : Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ et $F = \{M \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) \mid AM = MA\}$.
 1. Montrer que F est un sev de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.
 2. Déterminer une base de F .

A savoir faire

1. Connaître ses DL usuels et savoir calculer un DL.
2. Savoir utiliser un DL pour calculer une limite/étudier une tangente/une asymptote.
3. Savoir montrer qu'une partie d'un \mathbb{K} -ev est un sev.
4. Savoir vérifier qu'une famille est libre/liée, génératrice ou non, une base ou non.
5. Savoir écrire un sev comme un Vect pour trouver une base.