

**Contrôle de cours 4 - Fonctions / Logique - Sujet A**  
**Mercredi 9 octobre 2024**

Nom et prénom :

.....

*Durée : 15 minutes.*

*L'usage de la calculatrice est interdit.*

**Question 1 (3 pts)**

Domaine de définition, de dérivabilité et dérivées des fonctions réciproques des fonctions circulaires :

1. La fonction arctan est définie sur \_\_\_\_\_ à valeurs dans \_\_\_\_\_

La fonction arctan est dérivable sur  $I =$

$$\forall x \in I, \arctan'(x) =$$

2. La fonction arccos est définie sur \_\_\_\_\_ à valeurs dans \_\_\_\_\_

La fonction arccos est dérivable sur  $J =$

$$\forall x \in J, \arccos'(x) =$$

3. La fonction arcsin est définie sur \_\_\_\_\_ à valeurs dans \_\_\_\_\_

La fonction arcsin est dérivable sur  $K =$

$$\forall x \in K, \arcsin'(x) =$$

**Question 2 (1pt)**

$$\arctan\left(\tan\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right) =$$

$$\arccos\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right) =$$

$$\arcsin\left(\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right) =$$

**Question 3 (2 pts)**

1. On veut démontrer une assertion qui commence par  $\forall x \in E$ , que fait-on en premier?

2. On veut démontrer une assertion qui commence par  $\exists x \in E$ , que doit-on faire?

**Question 4 (2 pts)**

Vrai ou faux? Justifier!

1.  $\forall x \in \mathbb{N}, x^2 > 7$

2.  $\exists x \in \mathbb{R} \mid 2x + 1 = 0$

**Question 5 (2 pts)**

1. Écrire avec des quantificateurs : il existe un réel plus grand que tous les autres.
2. Écrire la négation de :  $\exists x \in \mathbb{R}_+^*, \forall y \in \mathbb{R} \mid y - x \leq 2$ .

**Question 6 (3 pts)**

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par  $u_0 = 0$  et pour tout  $n \geq 0$ ,  $u_{n+1} = 5u_n - 4$ . Démontrer par récurrence sur  $n \geq 0$  que  $u_n = 1 - 5^n$ .

**Contrôle de cours 4 - Fonctions / Logique - Sujet B**  
**Mercredi 9 octobre 2024**

Nom et prénom :

.....

*Durée : 15 minutes.*

*L'usage de la calculatrice est interdit.*

**Question 1 (3 pts)**

Domaine de définition, de dérivabilité et dérivées des fonctions réciproques des fonctions circulaires :

1. La fonction arctan est définie sur \_\_\_\_\_ à valeurs dans \_\_\_\_\_  
 La fonction arctan est dérivable sur  $I =$  \_\_\_\_\_

$$\forall x \in I, \arctan'(x) =$$

2. La fonction arccos est définie sur \_\_\_\_\_ à valeurs dans \_\_\_\_\_  
 La fonction arccos est dérivable sur  $J =$  \_\_\_\_\_

$$\forall x \in J, \arccos'(x) =$$

3. La fonction arcsin est définie sur \_\_\_\_\_ à valeurs dans \_\_\_\_\_  
 La fonction arcsin est dérivable sur  $K =$  \_\_\_\_\_

$$\forall x \in K, \arcsin'(x) =$$

**Question 2 (1pt)**

$$\arctan\left(\tan\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right) =$$

$$\arccos\left(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right)\right) =$$

$$\arcsin\left(\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right) =$$

**Question 3 (2 pts)**

- On veut démontrer une assertion qui commence par  $\forall x \in E$ , que fait-on en premier?
- On veut démontrer une assertion qui commence par  $\exists x \in E$ , que doit-on faire?

**Question 4 (2 pts)**

Vrai ou faux? Justifier!

- $\exists x \in \mathbb{N} \mid x^2 > 7$

2.  $\forall x \in \mathbb{R}, 2x + 1 = 0$

**Question 5 (2 pts)**

1. Écrire avec des quantificateurs : il existe un réel plus petit que tous les autres.
2. Écrire la négation de :  $\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \exists y \in \mathbb{R} \mid x^2 - y > 2$ .

**Question 6 (3 pts)**

Soit  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par  $u_0 = 0$  et pour tout  $n \geq 0$ ,  $u_{n+1} = 4u_n - 3$ . Démontrer par récurrence sur  $n \geq 0$  que  $u_n = 1 - 4^n$ .