

**Colles 11 - 09/12/2024 au 13/12/2024**

## Thèmes traités en classe

- Chapitre 9 : Résolution de systèmes linéaires.  
**Exercices traités en classe :** 1, 2, 3.
- Chapitre 10 : Ensembles, logique et rédaction.
  - ▷ Conjonction, disjonction, implication et équivalence. Négations.
  - ▷ Méthodes usuelles de démonstration : disjonction de cas, montrer une implication directe/une contraposée, double implication, absurde, analyse-synthèse.
  - ▷ Parties d'un ensemble, union, intersection, complémentaires et leurs propriétés.
  - ▷ Union et intersection d'une famille d'ensembles, recouvrement disjoint, partition.
  - ▷ Produit cartésien de deux ensembles.**Exercices traités en classe :** I.1, I.3, I.4, I.6, II.1, II.2, II.3, II.4, II.6, II.7, II.8.
- Chapitre 11 : Parties de  $\mathbb{R}$ .
  - ▷  $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ .
  - ▷ Partie majorée, minorée, bornée; maximum, minimum; borne supérieure, borne inférieure.
  - ▷ Intervalles.
  - ▷ Approximation décimale d'un réel.**Exercices traités en classe :** 2, 3.

## Questions de cours

- C10, Exercice I.6 : Montrer que toute fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  s'écrit de façon unique comme la somme d'une fonction paire et une fonction impaire.
- C10, Exercice I.4 : Soit  $a \in \mathbb{R}$ . Montrer que :  $(\forall \varepsilon > 0, |a| \leq \varepsilon) \Rightarrow a = 0$ .
- C10, Exercice I.3 : Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n^2 - 3n + 2$  est pair.
- Montrer que :  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $n$  est pair  $\iff n^2$  est pair.
- Montrer par l'absurde que :  $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ .
- Distributivité de  $\cap$  sur  $\cup$  :  $\forall A, B, C \in \mathcal{P}(E), A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ .
- Donner la définition de  $\bigcup_{i \in I} A_i$  et  $\bigcap_{i \in I} A_i$ . Montrer que  $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} \left[ \frac{1}{n}, 1 \right] = ]0, 1]$ .
- C10, Exercice II.2 : Soit  $a < b$  deux réels. Montrer que  $[a, b] = \{ta + (1-t)b, \text{ avec } t \in [0, 1]\}$ .
- C10, Exercice II.6 : Montrer que :  $\forall A, B \in \mathcal{P}(E), (A \cap B = A \cup B) \Rightarrow A = B$  par contraposée.
- Donner la définition de borne supérieure/inférieure. Énoncer la propriété de la borne supérieure.

## A savoir faire

1. Savoir résoudre un petit système linéaire à l'aide du pivot de Gauss et l'interpréter en termes d'intersections de plans/de droites.
2. Revoir les raisonnements par récurrence.
3. Savoir identifier la méthode et la rédaction à utiliser pour une démonstration.
4. Savoir prendre la négation d'une assertion, la contraposée d'une implication.
5. Savoir démontrer une inclusion entre deux ensembles.
6. Savoir montrer une égalité entre deux ensembles par double inclusion.
7. Connaître les propriétés de calcul sur les ensembles.
8. Savoir montrer qu'un nombre est irrationnel en raisonnant par l'absurde.
9. Savoir justifier l'existence d'une borne sup/inf.