

Colles 13 - 06/01/2025 au 10/01/2025

Thèmes traités en classe

- Chapitre 12 : Arithmétique dans $\mathbb{Z}$.
Exercices traités en classe : 1, 4.
- Chapitre 13 : Applications.
Exercices traités en classe : 1, 3, 4, 5, 8, 12, 13.
- Chapitre 14 : Suites numériques.
 - ▷ Variations, bornétude, opérations.
 - ▷ Exemples : suites arithmético-géométriques, suites d'ordre 2.
 - ▷ Étude de suites du type $u_{n+1} = f(u_n)$.**Exercices traités en classe :** I.1, I.2 I.3, I.4, I.5, I.8, I.9, I.10, I.13.

Questions de cours

- Donner la définition de borne supérieure/inférieure. Énoncer la propriété de la borne supérieure. C11, Exercice 4 : On prend $A, B \in \mathcal{P}(\mathbb{R})$ non vides et majorées et on pose $A + B = \{a + b, a \in A, b \in B\}$. Montrer que $A + B$ est majorée et $\sup(A + B) = \sup(A) + \sup(B)$.
- Donner la définition de nombre premier. Montrer qu'il existe une infinité de nombres premiers.
- Définition d'image directe. Image directe d'une intersection, contre-exemple pour l'inclusion réciproque.
- Définition d'image réciproque. Image réciproque d'une intersection, d'une union.
- Définition d'application injective (avec les quantificateurs). Montrer que la composée de deux applications injectives est injective, puis que si $g \circ f$ est injective, alors f est injective.
- Définition d'application surjective (avec les quantificateurs). Montrer que la composée de deux applications surjectives est surjective, puis que si $g \circ f$ est surjective, alors g est surjective.
- Une suite réelle (u_n) est bornée ssi la suite $(|u_n|)$ est majorée.
- La somme et le produit de deux suites bornées sont bornés.
- C14 exercice I.3 : Montrer que la somme de deux suites stationnaires est stationnaire. Que dire de la somme de deux suites croissantes?

A savoir faire

1. Savoir justifier l'existence d'une borne sup/inf.
2. Savoir calculer le PGCD de deux entiers :
 - avec l'algorithme d'Euclide;
 - en utilisant la décomposition en facteurs premiers.
3. Savoir montrer qu'une application est injective/surjective/bijjective :
 - En utilisant les définitions.
 - En utilisant une application réciproque (lorsqu'elle existe)
 - En utilisant le TBM (pour des fonctions réelles).
4. Étudier la monotonie d'une suite.
5. Savoir déterminer le terme général d'une suite arithmético-géométrique et d'une suite récurrente d'ordre 2.
6. Savoir utiliser l'étude des fonctions f et $x \mapsto f(x) - x$ pour étudier la monotonie de $u_{n+1} = f(u_n)$.