

Contrôle de cours 11 - Suites numériques / Matrices - Sujet A
Mercredi 15 janvier 2025

Nom et prénom :

.....

Durée : 15 minutes.

L'usage de la calculatrice est interdit.

Question 1 (2 pts)

Soit $q, r, \alpha \in \mathbb{R}$. Comparer avec des o :

- si $|q| < 1$, q^n et n^α :
- si $|q| > 1$, q^n et n^α :
- si $|q| < |r|$, q^n et r^n :
- q^n et $n!$:
- $n!$ et n^n :

□

Question 2 (2 pts)

Déterminer un équivalent simple des suites ci-dessous :

1. $u_n = \frac{3^n - n^{10} + 1}{\ln(n) - \sqrt{n}}$

2. $v_n = \frac{n - \sqrt{n^4 + 1}}{\ln(n) - 2n^2}$

Question 3 (1 pt)

Soient $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ et $B = (b_{ij}) \in \mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{K})$. Soit $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$ et $j \in \llbracket 1, q \rrbracket$.

$$[AB]_{ij} =$$

Question 4 (1 pt)

Énoncer la formule du binôme de Newton pour les matrices.

□

Question 5 (3 pts)

Soient $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

1. Compléter : $A \in \mathcal{M}_{\dots, \dots}(\mathbb{R})$ et $B \in \mathcal{M}_{\dots, \dots}(\mathbb{R})$.
2. Peut-on calculer AB ? Si oui, faire le calcul ci-dessous.

3. Peut-on calculer BA ? Si oui, faire le calcul ci-dessous.

Question 6 (3 pts)

VRAI OU FAUX (sans justifier)

1. Si $u_n \sim v_n$ et $w_n \sim z_n$ alors $u_n w_n \sim v_n z_n$ VRAI FAUX
2. Si $u_n \sim v_n$ et $u_n \rightarrow 0$, alors $v_n \sim 0$. VRAI FAUX
3. Si $u_n - v_n \rightarrow 0$ alors $u_n \sim v_n$. VRAI FAUX
4. Si (u_n) n'est pas majorée, alors $u_n \rightarrow +\infty$. VRAI FAUX
5. Si $u_n = o(v_n)$, alors $u_n = O(v_n)$. VRAI FAUX
6. Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ et $X, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ telles que $AX = B$. Alors $X = \frac{B}{A}$. VRAI FAUX

Contrôle de cours 11 - Suites numériques / Matrices - Sujet B
Mercredi 15 janvier 2025

Nom et prénom :

.....

Durée : 15 minutes.

L'usage de la calculatrice est interdit.

Question 1 (2 pts)

Soit $q, r, \alpha \in \mathbb{R}$. Comparer avec des o :

- si $|q| < 1$, q^n et n^α :
- si $|q| > 1$, q^n et n^α :
- si $|q| < |r|$, q^n et r^n :
- q^n et $n!$:
- $n!$ et n^n :

□

Question 2 (2 pts)

Déterminer un équivalent simple des suites ci-dessous :

1. $u_n = \frac{n - \ln(n) + \frac{4}{n}}{e^n - n^2}$

2. $v_n = \frac{n^3 - \sqrt{n^2 + 1}}{\ln(n) - 2n^2}$

Question 3 (1 pt)

Soient $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ et $B = (b_{ij}) \in \mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{K})$. Soit $i \in \llbracket 1, n \rrbracket$ et $j \in \llbracket 1, q \rrbracket$.

$$[AB]_{ij} =$$

Question 4 (1 pt)

Énoncer la formule du binôme de Newton pour les matrices.

□

Question 5 (3 pts)

Soient $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

1. Compléter : $A \in \mathcal{M}_{\dots, \dots}(\mathbb{R})$ et $B \in \mathcal{M}_{\dots, \dots}(\mathbb{R})$.
2. Peut-on calculer AB ? Si oui, faire le calcul ci-dessous.

3. Peut-on calculer BA ? Si oui, faire le calcul ci-dessous.

Question 6 (3 pts)

VRAI OU FAUX (sans justifier)

1. Si $u_n \sim v_n$ et $w_n \sim z_n$ alors $u_n + w_n \sim v_n + z_n$ VRAI FAUX
2. Si $u_n - v_n \rightarrow 0$ alors $\lim u_n = \lim v_n$. VRAI FAUX
3. Si (u_n) est bornée, alors (u_n) converge. VRAI FAUX
4. Si (u_n) n'est pas minorée, alors $u_n \rightarrow -\infty$. VRAI FAUX
5. Si $u_n = O(v_n)$, alors $u_n = o(v_n)$. VRAI FAUX
6. Soit $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ et $AB = 0_n$, alors $A = 0_n$ ou $B = 0_n$. VRAI FAUX