# Contrôle de cours 12 - Matrices - Sujet A
# Mercredi 22 janvier 2025

Nom et prénom :

.....................................................................................................

*Durée : 15 minutes.*
*L'usage de la calculatrice est interdit.*

**Question 1 (1 pt)**

Soient $A = (a_{ij}) \in \mathscr{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ et $B = (b_{ij}) \in \mathscr{M}_{p,q}(\mathbb{K})$. Soit $i \in [\![1, n]\!]$ et $j \in [\![1, q]\!]$.

$$[AB]_{ij} =$$

**Question 2 (1 pt)**

Énoncer la formule du binôme de Newton pour les matrices.

**Question 3 (1 pt)**

Soit $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Écrire $A$ comme une combinaison linéaire de matrices élémentaires.

**Question 4 (1 pt)**

Soit $A \in \mathscr{M}_n(\mathbb{R})$.

1. $A$ est symétrique si :
2. $A$ est antisymétrique si : ☐

**Question 5 (2 pts)**

Soit $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathscr{M}_2(\mathbb{R})$.

1. Le déterminant de $A$ est : $\det(A) =$
2. La matrice $A$ est inversible si et seulement si :
3. Si $A$ est inversible, son inverse est :

$$A^{-1} =$$

**Question 6 (1 pt)**

Soit $D = \mathrm{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n) \in \mathscr{M}_n(\mathbb{K})$.

1. $D \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{K}) \iff$
2. Si $D \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{K})$, alors $D^{-1} =$ ☐

**Question 7 (4 pts)**

1. Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Calculer $\det(A)$. La matrice $A$ est-elle inversible ? Si oui, déterminer son inverse.

2. Soit $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$. Calculer $\det(B)$. La matrice $B$ est-elle inversible ? Si oui, déterminer son inverse.

□

**Question 8 (3 pts)**

VRAI OU FAUX (sans justifier).
Soient $A, B \in \mathscr{M}_n(\mathbb{K})$.

1. Si $AB = 0_n$ alors $A = 0_n$ ou $B = 0_n$. ☐ VRAI ☐ FAUX
2. Si $A$ et $B$ sont triangulaires supérieures, alors $\forall (i,j)$, $[AB]_{ij} = [A]_{ij}[B]_{ij}$. ☐ VRAI ☐ FAUX
3. $(AB)^\top = A^\top B^\top$. ☐ VRAI ☐ FAUX
4. Si $A, B \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{K})$, alors $AB \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{K})$ et $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$. ☐ VRAI ☐ FAUX
5. Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, $A^n = \begin{pmatrix} 1 & 2^n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. ☐ VRAI ☐ FAUX
6. La matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ est triangulaire. ☐ VRAI ☐ FAUX

. □

# Contrôle de cours 12 - Matrices - Sujet B
# Mercredi 22 janvier 2025

Nom et prénom :

.................................................................................................

*Durée : 15 minutes.*
*L'usage de la calculatrice est interdit.*

**Question 1 (1 pt)**
Soit $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$. Écrire $A$ comme une combinaison linéaire de matrices élémentaires.

**Question 2 (1 pt)**

Soient $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$ et $B = (b_{ij}) \in \mathcal{M}_{p,q}(\mathbb{K})$. Soit $i \in [\![1, n]\!]$ et $j \in [\![1, q]\!]$.

$$[AB]_{ij} =$$

**Question 3 (1 pt)**

Énoncer la formule du binôme de Newton pour les matrices.

**Question 4 (1 pt)**

Soit $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.

1. $A$ est symétrique si :
2. $A$ est antisymétrique si : ☐

**Question 5 (2 pts)**
Soit $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

1. Le déterminant de $A$ est : $\det(A) =$
2. La matrice $A$ est inversible si et seulement si :
3. Si $A$ est inversible, son inverse est :

$$A^{-1} =$$

**Question 6 (1 pt)**

Soit $D = \mathrm{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n) \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

1. $D \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{K}) \iff$
2. Si $D \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{K})$, alors $D^{-1} =$ ☐

**Question 7 (4 pts)**

1. Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -3 \end{pmatrix}$. Calculer $\det(A)$. La matrice $A$ est-elle inversible ? Si oui, déterminer son inverse.

2. Soit $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Calculer $\det(B)$. La matrice $B$ est-elle inversible ? Si oui, déterminer son inverse.

☐

**Question 8 (3 pts)**

VRAI OU FAUX (sans justifier).
Soient $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$.

1. Si $AB = 0_n$ alors $A = 0_n$ ou $B = 0_n$. ☐ VRAI ☐ FAUX
2. Si $A$ et $B$ sont diagonales, alors $\forall (i, j)$, $[AB]_{ij} = [A]_{ij}[B]_{ij}$. ☐ VRAI ☐ FAUX
3. $(AB)^\top = B^\top A^\top$. ☐ VRAI ☐ FAUX
4. Si $A, B \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{K})$, alors $AB \in \mathrm{GL}_n(\mathbb{K})$ et $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$. ☐ VRAI ☐ FAUX
5. Si $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, alors pour tout $n \in \mathbb{N}$, $A^n = \begin{pmatrix} 2^n & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. ☐ VRAI ☐ FAUX
6. La matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ est triangulaire. ☐ VRAI ☐ FAUX

. ☐