Contrôle de cours 14 - Dérivabilité - Sujet A
Jeudi 13 février 2025

Nom et prénom :
....

Durée : 15 minutes.
L'usage de la calculatrice est interdit.

Question 1 (1 pt)

Énoncer le théorème de Rolle :

Question 2 (1 pt)

Énoncer le théorème des accroissements finis :

Question 3 (1 pt)

Énoncer l'inégalité des accroissements finis (version avec des valeurs absolues) :

Question 4 (1 pt)

Énoncer le théorème de la limite de la dérivée :

Question 5 (1 pt)

Soient f et g deux fonctions de classe $\mathscr{C}^n$ sur I. Alors fg est de classe $\mathscr{C}^n$ sur I et :

$$(fg)^{(n)} =$$

Question 6 (1 pt)

Soit $f : I \to \mathbb{R}$ une fonction. Donner la définition de f est convexe sur I :

Question 7 (3 pts)

Montrer que la fonction $f : x \mapsto \begin{cases} x^3 \cos\left(\dfrac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ est de classe $\mathscr{C}^1$ sur $\mathbb{R}$.

Question 8 (2 pts)

1. Étudier la convexité/concavité de $f : x \mapsto \sqrt{x}$ sur $]0,+\infty[$.

2. En déduire que : $\forall x \in]0,+\infty[,\ \sqrt{x} \leq \dfrac{1}{2}(x-1)+1$.

Question 9 (2 pts)

Montrer que la fonction $f : x \mapsto x^2$ est 2-lipschitzienne sur $[0,1]$. □

Contrôle de cours 14 - Dérivabilité - Sujet B
Jeudi 13 février 2025

Nom et prénom :
....

Durée : 15 minutes.
L'usage de la calculatrice est interdit.

Question 1 (1 pt)

Énoncer le théorème des accroissements finis :

Question 2 (1 pt)

Énoncer le théorème de Rolle :

Question 3 (1 pt)

Énoncer le théorème de la limite de la dérivée :

Question 4 (1 pt)

Énoncer l'inégalité des accroissements finis (version avec des valeurs absolues) :

Question 5 (1 pt)

Soient f et g deux fonctions de classe $\mathscr{C}^n$ sur I. Alors fg est de classe $\mathscr{C}^n$ sur I et :

$$(fg)^{(n)} =$$

Question 6 (1 pt)

Soit $f : I \to \mathbb{R}$ une fonction. Donner la définition de f est concave sur I :

Question 7 (3 pts)

Justifier que la fonction $f : x \mapsto \begin{cases} x^3 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$ est de classe $\mathscr{C}^1$ sur $\mathbb{R}$.

Question 8 (2 pts)

1. Étudier la convexité/concavité de $x \mapsto \arctan(x)$ sur $[0, +\infty[$.

2. En déduire que : $\forall x \in [0, +\infty[, \arctan x \leq x$.

Question 9 (2 pts)

Montrer que la fonction $f : x \mapsto e^x$ est e-lipschitzienne sur $[0, 1]$. $\square$