Contrôle de cours 19 - Dimension / Probabilités - Sujet A
Jeudi 10 avril 2025

Nom et prénom :
....

Durée : 15 minutes.
L'usage de la calculatrice est interdit.

Question 1 (6 pts)
Soit $F = \left\{ M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathscr{M}_2(\mathbb{R}) \mid a + b = 0 \right\}$.

1. Montrer que F est un sev de $\mathscr{M}_2(\mathbb{R})$ sans l'écrire comme un Vect.

2. Déterminer la dimension de F.

3. Soit $G = \mathrm{Vect}(I_2)$. Montrer que F et G sont supplémentaires dans $\mathscr{M}_2(\mathbb{R})$.

Question 2 (4 pts)

Soit Ω un univers fini.

1. Donner la définition de système complet d'événements de Ω.

2. Énoncer la formule des probabilités totales.

3. Énoncer la formule des probabilités composées.

4. Donner la définition de deux événements indépendants.

Question 3 (2 pts)

On dispose de 3 urnes vides et de 10 boules. On place au hasard les 10 boules dans les urnes : toutes les répartitions ont la même probabilité.
Quelle est la probabilité que toutes les boules soient dans la même urne ?

Question 4 (5 pts)

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On lance n fois une pièce truquée qui donne Pile avec probabilité $p \in]0,1[$ et Face avec probabilité q. Pour $i \in [\![1,n]\!]$, on note F_i : « on obtient Face au i-ème lancer ».

1. Donner une relation entre p et q :
2. On note A : « on obtient que des Faces ». Écrire A à l'aide des $F_1,\dots,F_n$ puis calculer $P(A)$ en fonction de p.

3. Pour $k \in [\![1,n]\!]$, on note B_k : « le premier Face est au k-ième lancer. Écrire B_k avec les $F_1,\dots,F_n$, puis calculer $P(B_k)$.

Contrôle de cours 19 - Dimension / Probabilités - Sujet B
Jeudi 10 avril 2025

Nom et prénom :
....

Durée : 15 minutes.
L'usage de la calculatrice est interdit.

Question 1 (6 pts)
Soit $F = \left\{ M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathscr{M}_2(\mathbb{R}) \mid c + d = 0 \right\}$.

1. Montrer que F est un sev de $\mathscr{M}_2(\mathbb{R})$ sans l'écrire comme un Vect.

2. Déterminer la dimension de F.

3. Soit $G = \mathrm{Vect}(I_2)$. Montrer que F et G sont supplémentaires dans $\mathscr{M}_2(\mathbb{R})$.

Question 2 (4 pts)

Soit Ω un univers fini.

1. Donner la définition de système complet d'événements de Ω.

2. Énoncer la formule des probabilités totales.

3. Énoncer la formule des probabilités composées.

4. Donner la définition de deux événements indépendants.

Question 3 (2 pts)

On dispose de 3 urnes vides et de 10 boules. On place au hasard les 10 boules dans les urnes : toutes les répartitions ont la même probabilité.
Quelle est la probabilité que toutes les boules soient dans la même urne ?

Question 4 (5 pts)

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On lance n fois une pièce truquée qui donne Pile avec probabilité $p \in]0,1[$ et Face avec probabilité q. Pour $i \in [\![1,n]\!]$, on note F_i : « on obtient Face au i-ème lancer ».

1. Donner une relation entre p et q :
2. On note A : « on obtient aucun Face ». Écrire A à l'aide des $F_1,\dots,F_n$ puis calculer $P(A)$ en fonction de p.

3. Pour $k \in [\![1,n]\!]$, on note B_k : « le premier Pile est au k-ième lancer. Écrire B_k avec les $F_1,\dots,F_n$, puis calculer $P(B_k)$.