Contrôle de cours 21 - Matrices - Sujet A
Jeudi 22 mai 2025

Nom et prénom :   ....

Durée : 15 minutes.
L'usage de la calculatrice est interdit.

Question 1 (3 pts)

Soit E et F de dimension finie.

1. Quelle est la dimension de $\mathscr{L}(E,F)$?

2. Soit $f \in \mathscr{L}(E,F)$ et $\mathscr{B}_E$ et $\mathscr{B}'_E$ deux bases de E, $\mathscr{B}_F$ et $\mathscr{B}'_F$ deux bases de F.
   (a) Donner la relation entre $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}_E,\mathscr{B}_F}(f)$, $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}_E}(x)$ et $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}_F}(f(x))$.

   (b) Donner la relation entre $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}_E,\mathscr{B}_F}(f)$, $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}'_E,\mathscr{B}'_F}(f)$ et les matrices de passage adéquates.

Question 2 (5 pts)

Soit f un endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ et $A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & -2 \\ 5 & 1 & -2 \\ 6 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ sa matrice dans la base canonique notée $\mathscr{C}$.

Soit $f_1 = (0,1,0)$, $f_2 = (1,1,2)$ et $f_3 = (2,2,3)$ trois vecteurs de $\mathbb{R}^3$.

1. Que vaut $f(1,0,0)$?

2. Vérifier que $\mathscr{B} = (f_1, f_2, f_3)$ est une base de $\mathbb{R}^3$.

3. Déterminer la matrice de passage de $\mathscr{C}$ à $\mathscr{B}$ et la matrice de passage de $\mathscr{B}$ à $\mathscr{C}$.

4. Calculer la matrice de f dans la base $\mathscr{B}$. $\square$

Contrôle de cours 21 - Matrices - Sujet B
Jeudi 22 mai 2025

Nom et prénom :

....

Durée : 15 minutes.
L'usage de la calculatrice est interdit.

Question 1 (3 pts)

Soit E et F de dimension finie.

1. Quelle est la dimension de $\mathscr{L}(E,F)$?

2. Soit $f \in \mathscr{L}(E,F)$ et $\mathscr{B}_E$ et $\mathscr{B}'_E$ deux bases de E, $\mathscr{B}_F$ et $\mathscr{B}'_F$ deux bases de F.
   (a) Donner la relation entre $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}_E,\mathscr{B}_F}(f)$, $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}_E}(x)$ et $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}_F}(f(x))$.

   (b) Donner la relation entre $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}_E,\mathscr{B}_F}(f)$, $\mathrm{Mat}_{\mathscr{B}'_E,\mathscr{B}'_F}(f)$ et les matrices de passage adéquates.

Question 2 (5 pts)

Soit f un endomorphisme de $\mathbb{R}^3$ et $A = \begin{pmatrix} 5 & -6 & 0 \\ 2 & -2 & 0 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}$ sa matrice dans la base canonique notée $\mathscr{C}$.

Soit $f_1 = (0,0,1)$, $f_2 = (2,1,1)$ et $f_3 = (3,2,2)$ trois vecteurs de $\mathbb{R}^3$.

1. Que vaut $f(1,0,0)$?

2. Vérifier que $\mathscr{B} = (f_1, f_2, f_3)$ est une base de $\mathbb{R}^3$.

3. Déterminer la matrice de passage de $\mathscr{C}$ à $\mathscr{B}$ et la matrice de passage de $\mathscr{B}$ à $\mathscr{C}$.

4. Calculer la matrice de f dans la base $\mathscr{B}$. $\square$