

Contrôle de cours 1 - Inégalités, calculs - Sujet A

Lundi 8 septembre 2025

Question 1 (2 pts)

Voici le tableau de variations d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	-6	-3	0	1	$+\infty$
$f(x)$	-1	2	$-\infty$	2	3	4

1. Résoudre l'inéquation : $f(x) < 2$.

L'ensemble des solutions est $S =]-\infty, -6[\cup]-6, -3[$.

2. Résoudre l'équation $f(x) = 4$.

L'ensemble des solutions est $S = \emptyset$.

□

Question 2 (1,5 pt)

Soit $x \in \mathbb{R}$.

1. Donner la définition de la partie entière de x : la partie entière de x est le plus grand entier relatif inférieur ou égal à x .

2. Écrire un encadrement avec x , $\lfloor x \rfloor$ et $\lfloor x \rfloor + 1$: $\lfloor x \rfloor \leq x < \lfloor x \rfloor + 1$.

□

Question 3 (1 pt)

Résoudre l'équation $|x - 4| = 3$ (on pourra faire un dessin).

La distance entre x et 4 doit valoir 3. Autrement dit, $|x - 4| = 3 \iff x - 4 = 3$ ou $x - 4 = -3$. Ainsi l'ensemble des solutions est $S = \{7, 1\}$.

□

Question 4 (1 pt)

Soient a et b deux réels tels que $a \in [-1, 5]$ et $b \in [1, 3]$. Donner un encadrement simple de $-3a + 2b$.

Comme $-1 \leq a \leq 5$, on a $-15 \leq -3a \leq 3$. Comme $1 \leq b \leq 3$, on a $2 \leq 2b \leq 6$.

En ajoutant, on obtient $-13 \leq -3a + 2b \leq 9$.

□

Question 5 (1 pt)

Énoncer l'inégalité triangulaire : $\forall x, y \in \mathbb{R}, |x + y| \leq |x| + |y|$.

□

Question 6 (1 pt)

Compléter les formules suivantes :

1. $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

2. $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$

□

Question 7 (1 pt)

Donner les valeurs suivantes :

$$\cos \frac{7\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \sin \frac{3\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

□

Question 8 (3 pts)

Résoudre l'inéquation

$$\frac{1-u}{1+u} \geq 1.$$

On passe tout à gauche : $\frac{1-u}{1+u} - 1 \geq 1 \iff \frac{1-u}{1+u} - \frac{1+u}{1+u} \geq 0 \iff \frac{-2u}{1+u} \geq 0.$

On dresse un tableau de signes avec une ligne par facteur.

u	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$-2u$	+	0	+	-
$1+u$	-	0	+	+
$\frac{-2u}{1+u}$	-		+	-

Ainsi, l'ensemble des solutions est $\mathcal{S} =]-1, 0]$.

□

Contrôle de cours 1 - Inégalités, calculs - Sujet B

Lundi 8 septembre 2025

Question 1 (2 pts)

Voici le tableau de variations d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	-6	-3	0	1	$+\infty$
$f(x)$	$-1 \nearrow 2 \searrow 0$		$+\infty \searrow 5 \nearrow 6 \searrow 4$			

1. Résoudre l'inéquation : $f(x) < 2$.

L'ensemble des solutions est $S =]-\infty, -6[\cup]-6, -3]$.

2. Résoudre l'équation $f(x) = -1$.

L'ensemble des solutions est $S = \emptyset$.

□

Question 2 (1,5 pt)

Soit $x \in \mathbb{R}$.

1. Donner la définition de la partie entière de x : la partie entière de x est le plus grand entier relatif inférieur ou égal à x .

2. Écrire un encadrement avec x , $\lfloor x \rfloor$ et $\lfloor x \rfloor + 1$: $\lfloor x \rfloor \leq x < \lfloor x \rfloor + 1$.

□

Question 3 (1 pt)

Résoudre l'équation $|x - 3| = 4$ (on pourra faire un dessin).

La distance entre x et 3 doit valoir 4. Autrement dit, $|x - 3| = 4 \iff x - 3 = 4$ ou $x - 3 = -4$. Ainsi l'ensemble des solutions est $S = \{7, -1\}$.

□

Question 4 (1 pt)

Soient a et b deux réels tels que $a \in [-1, 5]$ et $b \in [1, 3]$. Donner un encadrement simple de $-2a + 3b$.

Comme $-1 \leq a \leq 5$, on a $-10 \leq -2a \leq 2$. Comme $1 \leq b \leq 3$, on a $3 \leq 3b \leq 9$.

En ajoutant, on obtient $-7 \leq -2a + 3b \leq 11$.

□

Question 5 (1 pt)

Énoncer l'inégalité triangulaire : $\forall x, y \in \mathbb{R}, |x + y| \leq |x| + |y|$.

□

Question 6 (1 pt)

Compléter les formules suivantes :

1. $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

2. $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

□

Question 7 (1 pt)

Donner les valeurs suivantes :

$$\cos \frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

□

Question 8 (3 pts)

Résoudre l'inéquation

$$\frac{1-u}{1+u} \leq 1.$$

On passe tout à gauche : $\frac{1-u}{1+u} - 1 \leq 0 \iff \frac{1-u}{1+u} - \frac{1+u}{1+u} \leq 0 \iff \frac{-2u}{1+u} \leq 0.$

On dresse un tableau de signes avec une ligne par facteur.

u	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
$-2u$	+	0	+	-
$1+u$	-	0	+	+
$\frac{-2u}{1+u}$	-	0	+	-

Ainsi, l'ensemble des solutions est $\mathcal{S} =]-\infty, -1[\cup [0, +\infty[.$

□