Mathématiques - PCSI2 20 novembre 2025

# Colles 09 - 24/11/2025 au 28/11/2025

### Thèmes traités en classe

• Chapitre 7 : Calculs de primitives.

**Exercices traités en classe :** 1, 3, 5, 6, 7, 12, 13, 10, 11.

- · Chapitre 8 Équations différentielles linéaires.
  - ▶ Vocabulaire, linéarité.
  - ⊳ Ordre 1 : solutions de l'équation homogène, recherche d'une solution particulière, superposition.
  - ▶ Ordre 2 à coefficients constants : solutions de l'équation homogène, recherche d'une solution particulière (pour second membre constant,  $x \mapsto Ae^{\lambda x}$ ,  $x \mapsto B\cos(\omega t)$  et  $x \mapsto B\sin(\omega t)$ ), superposition.
  - ▶ Problème de Cauchy.

**Exercices traités en classe :** 1, 2, 3, 7, 8, 9, 10.

- · Chapitre 9 : Résolution de systèmes linéaires.
  - ▶ Droites du plan et plans dans l'espace.
  - ⊳ Systèmes linéaires : vocabulaire et résolution avec le pivot de Gauss-Jordan.

Exercices traités en classe: 1, 2, 3.

# Questions de cours

### Question 1

- Soit  $a \in \mathbb{C}$ . Montrer que  $x \mapsto e^{ax}$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et que sa dérivée est  $x \mapsto a e^{ax}$ .
- Énoncé du théorème d'intégration par parties. C07 Exercice 6 : Calcul de  $\int_{-\infty}^{\infty} t \arctan(t) dt$ .
- C07 Exercice 7 : Calculer  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{\sqrt{t+\sqrt{t}^3}}$  en posant  $u = \sqrt{t}$ , puis  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dt}{\sin(t)}$  en posant  $u = \cos(t)$ .
- C07 Exercice 5 : Déterminer une primitive de  $x \mapsto \frac{1}{x^2 4}$  et de  $x \mapsto \frac{1}{x^2 + 2x + 5}$ .
- C07 Exercice 13: Étudier la fonction  $h: x \mapsto \int_0^{\cos^2(x)} \arccos(\sqrt{t}) dt + \int_0^{\sin^2(x)} \arcsin(\sqrt{t}) dt$ .
- L'ensemble des solutions d'une EDL homogène est stable par combinaison linéaire. Démonstration pour l'ordre 2.
- Ensemble des solutions de y' + a(t)y = 0: énoncé et démonstration.
- Résoudre en fonction du paramètre  $m \in \mathbb{R}$  le système  $\begin{cases} x + my = m^2 \\ mx + y = m^2 \end{cases}$

#### Questions 2 et 3

- Énoncer une définition sur les thèmes traités en classe.
- Énoncer un des résultats suivants :
  - ▶ Théorème fondamental de l'analyse.
  - ▶ Linéarité de l'intégrale.
  - ▶ Intégration par parties.
  - ▶ Formule du changement de variable.
  - ▶ Ensemble des solutions d'une EDL homogène d'ordre 1.
  - ightharpoonup Ensemble des solutions d'une EDL homogène d'ordre 2 à coefficients constants (solutions à valeurs dans  $\mathbb{C}$  ou  $\mathbb{R}$ ).
  - ▶ Pincipe de superposition.
  - ▶ Théorème de Cauchy Lipschitz linéaire.
  - ▶ Intersection de deux droites dans le plan.
  - ▶ Intersection de deux plans dans l'espace.

Mathématiques - PCSI2 20 novembre 2025

### A savoir faire

- 1. Savoir déterminer les primitives d'une fonction en utilisant :
  - le tableau de primitives usuelles;
  - une IPP;
  - un changement de variable;
  - les exemples importants (exponentielle fois cos / sin, une fraction rationnelle).
- 2. Savoir résoudre une EDL d'ordre 1, d'ordre 2 à coefficients constants.
- 3. Savoir résoudre un petit système linéaire à l'aide du pivot de Gauss et l'interpréter en termes d'intersections de plans/de droites.

LAS - Le Raincy Programme de colles 24/11/2025 au 28/11/2025