

Colles 10 - 01/12/2025 au 04/12/2025

Thèmes traités en classe

- Chapitre 8 Équations différentielles linéaires.
Exercices traités en classe : 1, 2, 3, 7, 8, 9, 10, 13, 14, 16.
 - Chapitre 9 : Résolution de systèmes linéaires.
Exercices traités en classe : 1, 2, 3.
 - Chapitre 10 : Ensembles, logique et rédaction.
 - ▷ Conjonction, disjonction, implication et équivalence. Négations.
 - ▷ Méthodes usuelles de démonstration : disjonction de cas, montrer une implication directe/une contraposée, double implication, absurde, analyse-synthèse.
- Exercices traités en classe :** I.1 à 6.

Questions de cours

Question 1

- C07 Exercice 13 : Étudier la fonction $h : x \mapsto \int_0^{\cos^2(x)} \arccos(\sqrt{t}) dt + \int_0^{\sin^2(x)} \arcsin(\sqrt{t}) dt$.
- L'ensemble des solutions d'une EDL homogène est stable par combinaison linéaire. Démonstration pour l'ordre 2.
- Ensemble des solutions de $y' + a(t)y = 0$: énoncé et démonstration.
- Résoudre en fonction du paramètre $m \in \mathbb{R}$ le système $\begin{cases} x + my = m^2 \\ mx + y = m^2 \end{cases}$.
- C10, Exercice I.6 : Montrer que toute fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s'écrit de façon unique comme la somme d'une fonction paire et une fonction impaire.
- C10, Exercice I.4 : Soit $a \in \mathbb{R}$. Montrer que : $(\forall \varepsilon > 0, |a| \leq \varepsilon) \Rightarrow a = 0$.
- C10, Exercice I.3 : Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $n^2 - 3n + 2$ est pair.
- Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$, n est pair $\iff n^2$ est pair.
- Montrer par l'absurde que : $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.

Questions 2 et 3

- Énoncer une définition sur les thèmes traités en classe.
- Énoncer un des résultats suivants :
 - ▷ Ensemble des solutions d'une EDL homogène d'ordre 1.
 - ▷ Ensemble des solutions d'une EDL homogène d'ordre 2 à coefficients constants (solutions à valeurs dans \mathbb{C} ou \mathbb{R}).
 - ▷ Pincipe de superposition.
 - ▷ Théorème de Cauchy Lipschitz linéaire.
 - ▷ Intersection de deux droites dans le plan.
 - ▷ Intersection de deux plans dans l'espace.

A savoir faire

1. Savoir résoudre une EDL d'ordre 1, d'ordre 2 à coefficients constants.
2. Savoir résoudre un petit système linéaire à l'aide du pivot de Gauss et l'interpréter en termes d'intersections de plans/de droites.
3. Revoir les raisonnements par récurrence.
4. Savoir identifier la méthode et la rédaction à utiliser pour une démonstration.
5. Savoir prendre la négation d'une assertion, la contraposée d'une implication.