Contrôle de cours 8 - Logique, ensembles, parties de $\mathbb{R}$, arithmétique - Sujet A
Mercredi 3 décembre 2025

Nom et prénom :

....

Durée : 15 minutes.
L'usage de la calculatrice est interdit.

Question 1 (2 pts)

Soit E un ensemble et $(A_i)_{i\in I}$ une famille de parties de E.

1. Donner la définition de : $\bigcup_{i\in I} A_i = \Big\{$

2. On dit que $(A_i)_{i\in I}$ est un recouvrement disjoint de E si :
   -
   -

Question 2 (1 pt)

Soit A une partie de $\mathbb{R}$ et $M, m \in \mathbb{R}$.

1. On dit que M est un majorant de A si (avec des quantificateurs) :

2. On dit que m est le minimum de A si :

Question 3 (1,5 pt)

Soit A une partie de $\mathbb{R}$.

1. Quand est-ce que A admet une borne supérieure ?

2. Dans ce cas, qu'est-ce que la borne supérieure de A ?

3. Compléter :

$$M = \sup(A) \iff M \text{ est un majorant et } \forall \varepsilon > 0,$$

Question 4 (2 pts)

1. Soit $E = \{a, b, c\}$ un ensemble. Compléter avec $\in$, $\notin$ ou $\subset$:

$$a \ldots E, \quad \{a\} \ldots E, \quad a \ldots \mathscr{P}(E), \quad \{a\} \ldots \mathscr{P}(E), \quad \emptyset \ldots \mathscr{P}(E)$$

2. Soit A et B deux parties d'un ensemble E. Simplifier $(A \cap B) \cup (\overline{A} \cap B)$.

Question 5 (2 pts)

Énoncer le théorème de la division euclidienne pour deux entiers relatifs a et b.

Question 6 (2 pts)

Calculer le PGCD de 195 et 351.

Question 7 (2 pts)

Soit $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \exists t \in \mathbb{R}, x = t+2 \text{ et } y = 3t+5\}$ et $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 3x - y - 1 = 0\}$. Montrer que $A \subset B$.

Question 8 (4 pts)

Soit E un ensemble.

1. Soit $A, B \in \mathscr{P}(E)$. Écrire la définition de $A \subset B$ et sa négation.

2. Montrer en utilisant la contraposée que : $\forall A, B \in \mathscr{P}(E)$, $(A \cap B = A \cup B) \Rightarrow A = B$.

Contrôle de cours 8 - Logique, ensembles, parties de $\mathbb{R}$, arithmétique - Sujet B
Mercredi 3 décembre 2025

Nom et prénom :

....

Durée : 15 minutes.
L'usage de la calculatrice est interdit.

Question 1 (2 pts)

Soit E un ensemble et $(A_i)_{i\in I}$ une famille de parties de E.

1. Donner la définition de : $\bigcap_{i\in I} A_i = \Big\{$
2. On dit que $(A_i)_{i\in I}$ est un recouvrement disjoint de E si :
   -
   -

Question 2 (1 pt)

Soit A une partie de $\mathbb{R}$ et $M, m \in \mathbb{R}$.

1. On dit que m est un minorant de A si (avec des quantificateurs) :
2. On dit que M est le maximum de A si :

Question 3 (1,5 pt)

Soit A une partie de $\mathbb{R}$.

1. Quand est-ce que A admet une borne inférieure ?
2. Dans ce cas, qu'est-ce que la borne inférieure de A ?
3. Compléter :

$$m = \inf(A) \iff m \text{ est un minorant et } \forall \varepsilon > 0,$$

Question 4 (2 pts)

1. Soit $E = \{a, b, c\}$ un ensemble. Compléter avec $\in$, $\notin$ ou $\subset$:

$$a \ldots E, \quad \{a\} \ldots E, \quad a \ldots \mathscr{P}(E), \quad \{a\} \ldots \mathscr{P}(E), \quad \emptyset \ldots \mathscr{P}(E)$$

2. Soit A et B deux parties d'un ensemble E. Simplifier $(A \cup B) \cap (\overline{A} \cup B)$.

Question 5 (2 pts)

Énoncer le théorème de la division euclidienne pour deux entiers relatifs a et b.

Question 6 (2 pts)

Calculer le PGCD de 247 et 285.

Question 7 (2 pts)

Soit $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \exists t \in \mathbb{R}, x = 3t + 5 \text{ et } y = t + 2\}$ et $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -x + 3y - 1 = 0\}$. Montrer que $A \subset B$.

Question 8 (4 pts)

Soit E un ensemble.

1. Soit $A, B \in \mathscr{P}(E)$. Écrire la définition de $A \subset B$ et sa négation.

2. Montrer en utilisant la contraposée que : $\forall A, B \in \mathscr{P}(E)$, $(A \cap B = A \cup B) \Rightarrow A = B$.