

Colles 11 - 08/12/2025 au 12/12/2025

Thèmes traités en classe

- Chapitre 10 : Ensembles, logique et rédaction.
 - ▷ Conjonction, disjonction, implication et équivalence. Négations.
 - ▷ Méthodes usuelles de démonstration : disjonction de cas, montrer une implication directe/une contraposée, double implication, absurde, analyse-synthèse.
 - ▷ Parties d'un ensemble, union, intersection, complémentaires et leurs propriétés.
 - ▷ Union et intersection d'une famille d'ensembles, recouvrement disjoint, partition.
 - ▷ Produit cartésien de deux ensembles.
- Exercices traités en classe :** I.1 à 6, II.1, II.2, II.3, II.4, II.6, II.7, II.8.
- Chapitre 11 : Parties de \mathbb{R} .
 - ▷ $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$.
 - ▷ Partie majorée, minorée, bornée ; maximum, minimum ; borne supérieure, borne inférieure.
 - ▷ Intervalles.
 - ▷ Approximation décimale d'un réel.
- Exercices traités en classe :** 2, 3.
- Chapitre 12 : Arithmétique dans \mathbb{Z} .
 - ▷ Diviseurs, multiples, division euclidienne.
 - ▷ PGCD, PPCM, algorithme d'Euclide pour calculer le PGCD.
 - ▷ Nombres premiers, décomposition en facteurs premiers, infinité des nombres premiers.
- Exercices traités en classe :** 1, 4.

Questions de cours

Question 1

- C10, Exercice I.6 : Montrer que toute fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ s'écrit de façon unique comme la somme d'une fonction paire et une fonction impaire.
- C10, Exercice I.4 : Soit $a \in \mathbb{R}$. Montrer que : $(\forall \varepsilon > 0, |a| \leq \varepsilon) \Rightarrow a = 0$.
- C10, Exercice I.3 : Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $n^2 - 3n + 2$ est pair.
- Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$, n est pair $\iff n^2$ est pair.
- Montrer par l'absurde que : $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$.
- Distributivité de \cap sur \cup : $\forall A, B, C \in \mathcal{P}(E)$, $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- Donner la définition de $\bigcup_{i \in I} A_i$ et $\bigcap_{i \in I} A_i$. Montrer que $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} \left[\frac{1}{n}, 1 \right] =]0, 1]$.
- C10, Exercice II.2 : Soit $a < b$ deux réels. Montrer que $[a, b] = \{ta + (1-t)b, \text{ avec } t \in [0, 1]\}$.
- C10, Exercice II.6 : Montrer que : $\forall A, B \in \mathcal{P}(E)$, $(A \cap B = A \cup B) \Rightarrow A = B$ par contraposée.
- Donner la définition de borne supérieure/inférieure. Énoncer la propriété de la borne supérieure. C11 Exercice 3 : soit $A = \left\{ (-1)^n + \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}^* \right\}$. Déterminer, si elles existent, sa borne inférieure et sa borne supérieure.
- Donner la définition de nombre premier. Montrer qu'il existe une infinité de nombres premiers.

Questions 2 et 3

- Énoncer une définition sur les thèmes traités en classe.
- Énoncer un des résultats suivants :
 - ▷ Propriétés opératoires de l'intersection et de l'union (distributivité, éléments neutres, loi de Morgan).
 - ▷ Propriété de la borne supérieure.
 - ▷ Les intervalles sont les parties convexes de \mathbb{R} .
 - ▷ Approximation décimale d'un réel.
 - ▷ Théorème de la division euclidienne.
 - ▷ Principe de l'algorithme d'Euclide.
 - ▷ Décomposition en facteurs premiers.

A savoir faire

1. Revoir les raisonnements par récurrence.
2. Savoir identifier la méthode et la rédaction à utiliser pour une démonstration.
3. Savoir prendre la négation d'une assertion, la contraposée d'une implication.
4. Savoir démontrer une inclusion entre deux ensembles.
5. Savoir montrer une égalité entre deux ensembles par double inclusion.
6. Connaître les propriétés de calcul sur les ensembles.
7. Savoir montrer qu'un nombre est irrationnel en raisonnant par l'absurde.
8. Savoir justifier l'existence d'une borne sup/inf.
9. Savoir calculer le PGCD de deux entiers :
 - avec l'algorithme d'Euclide;
 - en utilisant la décomposition en facteurs premiers.