Contrôle de cours 9 - Applications - Sujet A
Mercredi 10 décembre 2025

Nom et prénom :

....

Durée : 15 minutes.
L'usage de la calculatrice est interdit.

Question 1 (1 pt)

Soit E un ensemble. Soit $A, B \in \mathscr{P}(E)$. Écrire la définition de $A \subset B$ et sa négation.

Question 2 (1 pt)

Soit E un ensemble et $A \in \mathscr{P}(E)$. Donner la définition de la fonction indicatrice de A.

Question 3 (5 pts)

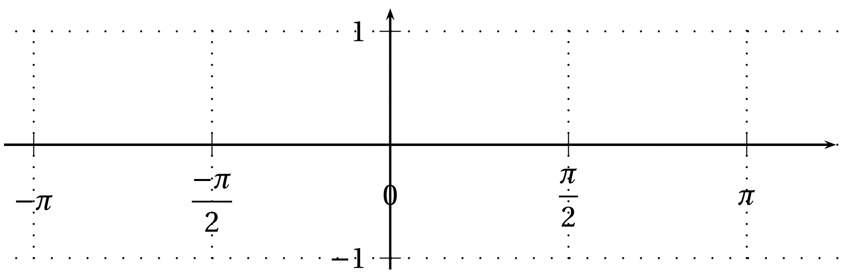
Soit $f : E \to F$ et $A \subset E$, et $B \subset F$.
Donner les définitions de :

1. $f(A) = \Big\{$
2. $f^{<-1>}(B) = \Big\{$
3. (avec des quantificateurs) f est injective :
4. (avec des quantificateurs) f est surjective :
5. (avec des quantificateurs) f est bijective :
6. Faire un petit dessin pour m'expliquer l'injectivité :

Question 4 (3pts)

Soit $f : \begin{array}{ccc} [-\pi, \pi] & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \cos(x) \end{array}$.

1. Tracer la courbe de f :



2. En justifiant, dire si l'application f est injective, surjective, bijective.

3. Déterminer $f\left(\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]\right)=$

4. Déterminer $f^{<-1>}([0,2])=$ □

Question 5 (2 pts)

Soit $f:\begin{array}{ccc}\mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2\\ (x,y,z) & \longmapsto & (2x,y+z)\end{array}$. Montrer que f est surjective.

□

Question 6 (2 pts)

Soit $f:\begin{array}{ccc}\mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^3\\ (x,y) & \longmapsto & (2x+y,y,y-x)\end{array}$. Montrer que f est injective. □

Contrôle de cours 9 - Applications - Sujet B
Mercredi 10 décembre 2025

Nom et prénom :

....

Durée : 15 minutes.
L'usage de la calculatrice est interdit.

Question 1 (1 pt)

Soit E un ensemble. Soit $A, B \in \mathscr{P}(E)$. Écrire la définition de $A \subset B$ et sa négation.

Question 2 (1 pt)

Soit E un ensemble et $A \in \mathscr{P}(E)$. Donner la définition de la fonction indicatrice de A.

□

Question 3 (5 pts)

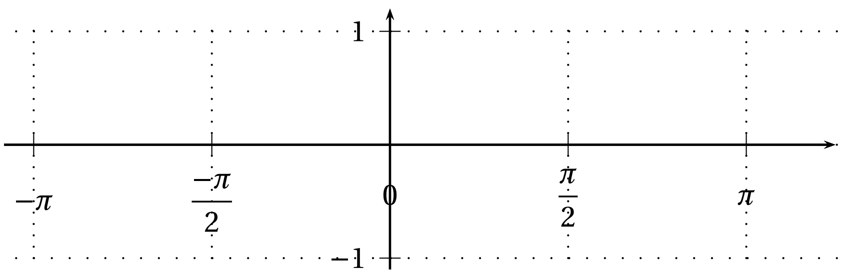
Soit $f : E \to F$ et $A \subset E$, et $B \subset F$.
Donner les définitions de :

1. $f(A) = \Big\{$
2. $f^{<-1>}(B) = \Big\{$
3. (avec des quantificateurs) f est injective :
4. (avec des quantificateurs) f est surjective :
5. (avec des quantificateurs) f est bijective :
6. Faire un petit dessin pour m'expliquer la surjectivité :

Question 4 (3pts)

Soit $f : \begin{array}{ccc} [-\pi, \pi[& \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \sin(x) \end{array}$.

1. Tracer la courbe de f :



2. En justifiant, dire si l'application f est injective, surjective, bijective.

3. Déterminer $f([0,\pi[) =$

4. Déterminer $f^{<-1>}([-2,0]) =$ $\square$

Question 5 (2 pts)

Soit $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \to & \mathbb{R}^2 \\ (x,y,z) & \mapsto & (x+z, 3y) \end{array}$. Montrer que f est surjective.

$\square$

Question 6 (2 pts)

Soit $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \to & \mathbb{R}^3 \\ (x,y) & \mapsto & (x-y, x, 2y+x) \end{array}$. Montrer que f est injective. $\square$